PROSIDING

SEMINAR NASIONAL
PENELITIAN, PENDIDIKAN DAN PENERAPAN MIPA

Yogyakarta, 18 Mei 2013

FMIPA
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

PROSIDING SEMINAR NASIONAL

Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan MIPA

Tanggal 18 Mei 2013, FMIPA UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

ISBN: 978 – 979 -96880 – 7 - 1

Bidang:

- Matematika dan Pendidikan Matematika
- Fisika dan Pendidikan Fisika
- Kimia dan Pendidikan Kimia
- Biologi dan Pendidikan Biologi
- Ilmu Pengetahuan Alam

Tema:

MIPA dan Pendidikan MIPA Untuk Kemandirian Bangsa

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Tahun 2013

PROSIDING SEMINAR NASIONAL

Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan MIPA

Tanggal 18 Mei 2013, FMIPA UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

ISBN: 978 – 979 -96880 – 7 - 1

Tim Editor:

1. Nur Hadi Waryanto, M.Eng (Matematika)
2. Denny Darmawan, M.Sc (Fisika)
3. Erfan Priyambodo, M.Si (Kimia)
4. Yuni Wibowo, M.Pd (Biologi)
5. Sabar Nurohman, M.Pd (IPA)

Tim Reviewer:

1. Dr. Agus Maman Abadi (Matematika)
2. Wipsar Sunu Brams Dwandaru, M.Sc.,Ph.D (Fisika)
3. Prof. Dr.Endang Wijayanti (Kimia)
4. Dr. Heru Nurcahyo (Biologi)

Tema:

MIPA dan Pendidikan MIPA Untuk Kemandirian Bangsa

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Tahun 2013

Kata Pengantar

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga Prosiding Seminar Nasional MIPA Universitas Negeri Yogyakarta (UNY) 2013 ini dapat selesai disusun sesuai dengan tenggat waktu yang telah ditentukan oleh panitia. Seluruh makalah yang ada dalam prosiding ini merupakan kumpulan makalah yang telah lolos proses seleksi yang dilakukan tim *reviewer* dan telah disampaikan dalam kegiatan seminar nasional yang diselenggarakan pada tanggal 18 Mei 2013 di Fakultas MIPA UNY.

Seminar Nasional MIPA UNY 2013 mengangkat tema "*MIPA dan Pendidikan MIPA untuk Kemandirian Bangsa*". Makalah utama yang ditampilkan dalam kegiatan ini adalah "*Kebijakan Pemerintahtentang KKNI dan Implementasinya*" yang disampaikan oleh **Endrotomo, M.Ars** dari Jurusan Teknik Arsitek ITS, "*Kimia untuk Kemandirian Bangsa*" yang disampaikan oleh **Prof. Dr. Mudasir** dari Jurusan Kimia UniversitasGadjahMada, dan "Meningkatkan Kompetensi Pendidik dalam Mengembangkan Profesionalisme" yang disampaikan oleh **Edi Prajitno, M.Pd** dari Jurusan Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Yogyakarta. Selain makalah utama, dalam seminar ini juga disampaikan hasil kajian dan penelitian dalam bidang MIPA dan Pendidikan MIPA yang dilakukan oleh para peneliti di universitas dan lembaga penelitian yang ada di Indonesia. Makalah-makalah yang disampaikan terbagi atas lima bidang utama, yaitu: bidang matematika dan pendidikan matematika, bidang fisika dan pendidikan fisika, bidang kimia dan pendidikan kimia, bidang biologi dan pendidikan biologi, serta pendidikan IPA.

Semoga prosiding ini dapat ikut berperan dalam penyebaran hasil kajian dan penelitian di bidang MIPA dan pendidikan MIPA sehingga dapat diakses oleh khalayak yang lebih luas dan bermanfaat bagi pembangunan bangsa.

Yogyakarta, Juni 2013

Tim Editor

Sambutan Ketua Panitia

Assalamualaikum wr. wb.

1. Yth. Rektor UNY,
2. Yth. DekandanparaWakilDekandariBerbagaiFakultas UNY,
3. Yth. Dekan dan para Wakil Dekan FMIPA UNY,
4. Yth. Para Pembicara Utama,
5. Yth.Bapak/Ibu Tamu Undangan,
6. Yth. Para pemakalah dan peserta seminar sekalian,

Salam sejahtera,

Pertama-tama marilah kita panjatkan puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, atas segala karunia dan rahmat-Nya yang telah dilimpahkan kepada kita semua. Atas ijin-Nya pula, kita pada hari ini dapat berkumpul di sini, dalam keadaan sehat jasmani dan rohani, untuk mengikuti Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan FMIPA sebagai rangkaian kegiatan memperingati Dies Natalis ke-49 Universitas Negeri Yogyakarta tahun 2013.

Perkembangan IPTEK yang sangat pesat di dunia memerlukan peningkatan kesadaran dan upaya pengembangan ilmu dasar seperti MIPA. Di sisi lain, globalisasi dan kemudahan komunikasi memberikan implikasi penyerapan dan ketergantungan terhadap budaya luaryang lebih banyak ditemui pada generasi muda. Peran nyata dunia pendidikan dan penelitian dalam membangun jatidiri bangsa yang mandiri tanpa menghilangkan karakter budaya bangsa perlu ditingkatkan. Oleh karena itu, sesuai dengan tema seminar yang kami susun, seminar ini bertujuan untuk memantapkan profesionalisme peneliti, pendidik, dan praktisi MIPA untuk kemandirian bangsa.

Pada seminar ini, kami mengundang tiga pembicara utama yang akan menyampaikan makalah utama pada sidang pleno, yaitu **Endrotomo, M.Ars** (Dosen Jurusan Teknik Arsitek ITS), **Prof. Dr. Mudasir** (Dosen Kimia Universitas Gadjah Mada), serta **Edi Prajitno, M.Pd** (Dosen Jurusan Pendidikan Matematik**a** UNY). Atas nama panitia, kami mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya atas kesediaan beliau bertiga untuk hadir dalam acara ini. Ketiga pembicara akan menyampaikan makalah terkait dengan pengembangan MIPA dan pendidikan MIPA dengan sudut pandang yang saling melengkapi, yaitu dari segi kebijakan pemerintah tentang KKNI, peningkatan kompetensi guru, dan kimia untuk kemandirian bangsa.

Selain itu, panitia juga telah menerima lebih dari dua ratus (200) makalah pendamping dari berbagai instansi di Indonesia, seperti UM Malang, UGM, Unpad, Univ. Terbuka, UNY, Unlam, Univ.Tanjungpura, ITS, UKSW, Sanata Dharma, Politeknik Semarang, UAD, UIN Suka, Unsri, Binus, Untirta, LAPAN, P4TK BMTI, Univ.Mataram, UPI, SMA 5 Metro Lampung, Dinas Pendidikan KulonProgo, TK Masjid Syuhada, Univ.Negeri Manado, STKIP Siliwangi, IKIP PGRI Madiun, STIS, serta karya PKMP mahasiswa FMIPA UNY.

Kegiatan Seminar Nasional MIPA tahun 2013 ini tidak dapat diselengggarakan dengan baik tanpa bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, kami mengucapkan terimakasih yang tak terkira kepada rektor Universitas Negeri Yogyakarta, Prof.Dr. Rochmat Wahab, M.Pd, M.A atas dukungannya serta Dekan FMIPA UNY, Dr. Hartono

atas dorongan, dukungan, dan fasilitas yang telah disediakan. Ucapan terimakasih juga kami sampaikan kepada teman-teman panitia yang telah bekerja keras demi suksesnya penyelenggaraan seminar ini. Akhirnya kami mengucapkan terimakasih kepada semua pihak yang tidak dapat kami sebutkan satu per satu.

Kami juga mengucapkan terimakasih kepada Bapak, Ibu, dan Saudara peserta yang telah berkenan mengikuti seminar ini hingga selesai. Atas nama panitia, kami mohon maaf yang sebesar-besarnya jika dalam kegiatan ini terdapat kesalahan, kekurangan maupun hal-hal yang tidak/kurang berkenan di hati Bapak, Ibu, dan Saudara sekalian. Akhir kata, semoga seminar ini dapat memberikan sumbangan yang signifikan bagi kemajuan bangsa Indonesia terutama dalam memajukan bidang MIPA dan Pendidikan MIPA.Terimakasih.

SELAMAT BERSEMINAR!!

Wassalamuallaikum wr. wb ,

Yogyakarta,Mei 2013
Ketua Panitia

Dr. Hari Sutrisno

Sambutan Dekan FMIPA UNY

Assalamu'alaikum wr. wb.

Para peserta seminar yang berbahagia, selamat datang di FMIPA UNY.

Dalam rangka memperingati dan memeriahkan Dies Natalis UNY yang ke 49 FMIPA UNY mengadakan Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan tema " MIPA dan Pendidikan MIPA untuk Kemandirian Bangsa". Tema ini selaras dengan tema dies UNY yang ke 49 yakni " Pendidikan untuk Pencerahan dan Kemandirian Bangsa".

Seminar ini merupakan agenda rutin tahunan FMIPA UNY. Selain untuk memeriahkan acara dies, seminar ini juga diperuntukan sebagai tempat pemberian penghargaan akademis bagi para akademisi FMIPA UNY yang purna tugas pada tahun berjalan. Pada tahun ini akademisi yang purna tugas adalah Bapak Drs. Edi Prajitno, M.Pd dari Jurusan Pendidikan Matematika. Beliau purna tugas pada tanggal 1 Maret 2013. Terimakasih atas segala pengabdiannya selama ini dan semoga pengalaman dan ilmu yang disharingkan pada seminar ini bermanfaat bagi kita semua yang hadir di sini dan akan menjadikan amal jariah bagi beliau.

Para hadirin yang berbahagia, kemandirian suatu bangsa mustahil akan tercapai apabila pendidikan di negara tersebut tidak berjalan dengan baik dan tidak pula ditopang oleh perkembangan dan kemajuan teknologi. Kita semua tahu bahwa kemajuan teknologi akan terwujud apabila didukung oleh perkembangan ilmu-ilmu dasar yang kuat dan kokoh. Untuk mencapai hal itu tidak bisa lepas dari bagaimana proses pembelajaran ilmu-ilmu dasar dilaksanakan di sekolah-sekolah ataupun di perguruan tinggi dan juga bagaimana penelitian-penelitian yang berkaitan dengan ilmu-ilmu dasar dan teknologi dikembangkan. Berkaitan dengan hal tersebut maka FMIPA menyelenggarakan seminar ini dengan salah satu tujuannya adalah untuk mempertemukan para peneliti, pendidik dan juga praktisi serta para pemerhati pendidikan untuk saling sharing hasil penelitian yang sudah dilaksanakan. Dengan demikian kita bisa mengetahui sejauh mana perkembangan ilmu-ilmu dasar dan juga teknologi yang sedang berkembang di negara kita tercinta ini, sehingga dengan mengetahui kondisi yang ada maka kita dapat mengambil sikap bagaimana untuk menyelenggarakan pendidikan yang mencerahkan dan yang menopang menuju tercapainya kemandirian bangsa.

Saya ucapkan terimakasih sebesar-besarnya kepada para nara sumber dan juga para peserta seminar ini atas partisipasinya. Kami mohon maaf apabila dalam penyelenggaraan seminar ini ada banyak kekurangan dan akhir kata semoga kemandirian bangsa yang kita idam-idamkan bersama dapat segera terwujud . Amin.

Selamat berseminar dan wassalamu'alaikum wr. wb.

Dekan FMIPA UNY

Dr. Hartono, M.Si

Daftar Isi

		halaman
	Halaman Sampul	i
	Halaman Editor dan Reviewer	ii
	Kata Pengantar	iii
	Sambutan Ketua Panitia	iv
	Sambutan Dekan FMIPA UNY	vi
	Daftar Isi	vii
	Makalah Utama	
01	**Kerangka Kualifikasi Nasional Indonesia dan Implementasinya Pada Pendidikan Tinggi** *Endrotomo, M.Ars*	1
02	**Tantangan Penelitian Kimia ke Depan** *Prof. Dr. Mudatsir*	17
	MAKALAH PARALEL **BIDANG PENDIDIKAN MATEMATIKA**	
01	**Pendekatan Open-Ended (Masalah, Pertanyaan dan Evaluasi) Dalam Pembelajaran Matematika** *Agustinus Sroyer*	PM-1
02	**Keefektifan Pembelajaran Matematika Melalui Pendekatan Open-ended Ditinjau dari Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP Negeri 2 Kota Ternate** *Ahmad Afandi*	PM-9
03	**Urgensi Pendidikan Matematika Realistik Dalam Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematis** *Ahmad Anis Abdullah, S.Si*	PM-17
04	**Pengaruh Penerapan Model Kooperatif Tipe Jigsaw Terhadap Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Smp** *Asep Ikin Sugandi*	PM-23
05	**Pengembangan Instrumen Karakter Dalam Pembelajaran Matematika Di Sekolah Menengah** *Benidiktus Tanujaya*	PM-31

06 **Menggunakan Teori Zona Velsiner Untuk Meningkatkan Kemampuan Aktual Siswa Pada Pembelajaran Matematika Di Kelas** PM-37
Cecep Anwar H.F. Santosa

07 **Pembelajaran Matematika Yang Humanis: Mengembangkan Kemandirian Belajar Guru Dan Siswa** PM-43
Djamilah Bondan Widjajanti

08 **Strategi Metakognitif Dalam Pembelajaran Matematika** PM-49
Dr. Ali Mahmudi

09 **Pengembangan Pembelajaran Berbantuan Komputer Untuk Meningkatkan Kemampuan Spasial Siswa Dalam Pembelajaran Geometri** PM-55
Dr.Edy Tandililing,M.Pd.

10 **Pengaruh Model Pembelajaran Dan Adversity Quotient Terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Smp Negeri Kota Palu (Suatu Eksprimen Pada Siswa Smp Negeri Kota Palu)** PM-63
Dr.Mustamin.M.Si

11 **Implementasi Pendidikan Karakter Melalui Pembelajaran Kooperatif Dalam Perkuliahan Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Fmipa Uny** PM-75
Dra. Endang Listyani, MS

12 **Upaya Meningkatkan Karakter Mahasiswa Melalui Perkuliahan Pemrograman Linear Dengan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Numbered-Head Together Pada Prodi Pendidikan Matematika Fmipa Uny** PM-85
Dra. Endang Listyani, MS

13 **Pembelajaran Program Linear Menggunakan Geogebra** PM-97
Dra. Lilik Linawati, M.Kom.

14 **Kecerdasan Intuitif Dan Kecerdasan Reflektif Dalam Pembelajaran Matematika: Kecerdasan Untuk Membangun Kemandirian Berpikir Pada Anak** PM-103
Dwi Astuti, S.Pd.Si

15 **Menumbuhkembangkan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi Pada Siswa** PM-111
Ernawati, S.Pd

16 **Efektivitas Strategi Pembelajaran Kooperatif Terhadap Hasil Belajar Aplikasi Konsep Fisika Bagi Mahasiswa Pendidikan Matematika** PM-119
Heny Sulistyaningrum

17 **Pengembangan Disk Modul Dalam Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar** PM-127
Herry Agus Susanto

18 **Pendidikan Matematika Realistik Indonesia Membentuk Matematikawan Yang Berkarakter** PM-137
Ida Nurmila Isandespha

19 **Model Group Investigation (Gi) Pada Analisis Desain Geometris Di Alam Untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa PGMI** PM-143
Ifada Novikasari

20 **Efektivitas Penggunaan Media Ict (Information And Communication Technologies) Dalam Peningkatan Pemahaman Konsep Matematika** PM-149
Indra Martha Rusmana, M.Pd

21 **Regulasi Project-Based Learning Sebagai Stimulus Dalam Meningkatkan Kemampuan Penalaran Dan Kecakapan Statistis Mahasiswa** PM-157
Karman Lanani, S.Pd, M.Si

22 **Aplikasi Pembelajaran Bergerak (Mobile Learning) Dengan Moodbile (Mobile Learning For Moodle)** PM-165
Kuswari Hernawati

23 **Eksistensi Skema Sebagai Induk Pembelajaran Matematika Yang Lebih Baik** PM-173
Muhamad Galang Isnawan, S.Pd.

24 **Soal "Higher Order Thinking Skill" Dalam Pembelajaran Matematika Tingkat Smp/Mts** PM-179
Mujizatin Fadiana, S.Si, M.Pd

25 **Studi Penalaran Deduktif Mahasiswa Pgmi Stain Purwokerto Ditinjau Dari Kemampuan Pembuktian Matematika** PM-187
Mutijah, S.Pd, M.Si

26 **Efektivitas Strategi Pembelajaran Berbasis Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Mahasiswa Polban** PM-193
Neneng Nuryati

27 **Analisis Kesulitan Guru Matematika Sma Jurusan Ips Dalam Penyelesaian Masalah Matematika** PM-201
Nidya Ferry Wulandari

28 **Keefektifan Pembelajaran Model Cooperative Learning Tipe Team Assisted Individualization (Tai) Ditinjau Dari Aspek Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Sma Negeri 4 Kota Ternate.** PM-207
Nurma Angkotasan

29 **Kemampuan Penalaran Matematika Siswa Smp Indonesia Pada Timss 2011** PM-215
R. Rosnawati

30 **Analisis Tingkat Kemampuan Penalaran Logis Dan Implementasi Metode Pembelajaran Terhadap Hasil Belajar Mahasiswa Pada Pokok Bahasan Peluang** PM-221
Rahma Faelasofi, S.Si., M.Sc.

31 **Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Matematis Siswa Melalui Pendekatan Open Ended Di Smpn 4 Kota Bengkulu** PM-229
Risnanosanti

32 **Penerapan Modified Jigsaw Dalam Upaya Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Dan Representasi Matematis** PM-235
Sri Hastuti Noer

33 **Konstruksi Pengembangan Kemandirian Belajar Matematika Siswa Melalui Pembelajaran Eksploratif** PM-243
Sri Ulfa Santoso

34 **Grup Operasi Simetri Pada Bangun Geometri Bidang** PM-249
Sugiyono

35 **Pengembangan Model Pembelajaran Investigasi Untuk Meningkatkan Kompetensi Penalaran, Pemecahan Masalah Dan Komunikasi Matematika Siswa Smp** PM-255
Sukayasa

36 **Profil Karakteristik Penalaran Siswa Smp Dalam Memecahkan Masalah Geometri (Studi Awal Dalam Rangka Mengembangkan Teori Lintasan Bernalar Siswa Smp Dalam Memecahkan Masalah Geometri)** PM-261
Sukayasa

37 **Pengembangan Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Melalui Integrasi Nilai Keislaman Dalam Pembelajaran Matematika** PM-273
Suparni, S.Pd., M.Pd.

38 **Pengetahuan Konseptual Dan Prosedural Mahasiswa Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Tadulako Dalam Materi Turunan** PM-279
Sutji Rochaminah

39 **Penggunaan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Stad Untuk Meningkatkan Motivasi Dan Partisipasi Siswa Sma** PM-283
Tanti Nawangsari

40 **Kecemasan Matematika Dan Cara Menguranginya** PM-289
Wanda Nugroho Yanuarto, S.Pd

41 **Pengaruh Pemahaman Konsep Matematika Dan Motivasi Berprestasi Terhadap Sikap Wirausaha Peserta Didik** PM-297
Yogi Wiratomo

BIDANG MATEMATIKA

01 **Portofolio Optimal Metode Mean-Gini** M-1
Abdurakhman

02 **Pengujian Hipotesis Tentang Parameter Populasi Berdistribusi Poisson Berdasarkan Metode Bayesian Obyektif** M-7
Adi Setiawan

03 **Analisis Penilaian Kinerja Karyawan Menggunakan Fuzzy Linear Programming (Flp)** M-15
Astuti Irma Suryani

04 **Kinerja Diagram Kontrol Fuzzy Multivariat** M-23
Ayundyah Kesumawati, S.Si., M.Si

05 **Estimasi Matriks Kovariansi Dalam Regresi Nonparametrik Multirespon Pada Kasus Korelasi Sama Dan Korelasi Tidak Sama** M-33
Budi Lestari

06 **Optimisasi Persediaan Bahan Bakar Minyak (BBM) Di Yogyakarta Menggunakan Goal Programming** M-39
Dwi Lestari, M.Sc.

07 **Pembentukan Portofolio Optimal Melalui Pendekatan Mean Variance dan Mean Absolute Deviation** M-51
Epha Diana Supandi, S.Si., M.Sc.

08 **Aplikasi Logika Fuzzy Untuk Klasifikasi Kerusakan Lahan Pertambangan Batuan Di Kabupaten Gunung Kidul** M-59
Fashlihatun Amiroh

09 **Penerapan Algoritma Floyd-Warshall Untuk Mengetahui Optimalitas Jalus Bus Trans Jogja** M-69
Fitriana Yuli S., M.Sc

10 **Dimensi Metrik Toleran-Kesalahan Dari Graf Amalgamasi Lingkaran Dengan Banyak Titik Ganjil** M-75
Hazrul Iswadi

11 **Uji Validitas Dan Uji Reliabilitas Menggunakan Metode Bootstrap** M-81
Jesyca Rininta Tiara Muaja

12 **Menentukan Fluktuasi Saham Menggunakan Fast Fourier Transform** M-87
Kharisma Yusea Kristaksa

13 **Aljabar Max-Min Interval** M-97
M. Andy Rudhito

14 **Beberapa Sifat Primitif Fungsi Terintegral M Alpha** M-103
Muslich

15 **Estimasi Model Regresi Nonparametrik Birespon Berdasarkan Estimator Polinomial Lokal Untuk Kasus Homoskedastik** M-109
Nur Chamidah

16 **Interval Konfidensi Untuk Satu Parameterdistribusi Eksponensial Di Bawah Sensor Lengkap(Studi Kasus Data Waktu Tunggu Bencana Puting Beliung Di Bulan Maret 2013)** M-115
Puteri Pekerti Wulandari

17 **Penerapan Kalibrasi Estimasi Parameter Model Black Litterman (Studi Kasus pada Pasar Saham Indonesia)** M-121
Retno Subekti, M.Sc

18 **Estimasi Parameter Model Spatial Autoregressive With A Spatial Autoregressive Error Term (Sar-Sar) Dengan Generalized Spatial Two Stage Least Square (Gs2sls)** M-129
Rusi Yaanun Muhsinin

19 **Pengambilan Keputusan Untuk Penilaian Kinerja Menggunakan Analytic Hierarchy Process (Ahp)** M-135
Sinta Arifin

20 **Penentuan Nilai Eigen Suatu Matriks Atas Aljabar Max-Plus Interval** M-141
Siswanto

21 **Prediksi Produksi Gula Pada Pg. Madukismo Bantul Dengan Menggunakan Adaptive Neuro Fuzzy Inference System** M-147
Sri Hanjati

22 **Aplikasi Analisis Biplot Untuk Pemetaan Prestasi Dan Karakteristik Mahasiswa Bidik Misi Antar Fakultas (Studi Kasus Mahasiswa Bidik Misi Unsri Angkatan 2010)** M-153
Sri Indra Maiyanti

23 **Perhitungan Reinbursement Optimal Perusahaan Asuransi Dengan Menggunakan Fungsi Utilitas Eksponensial** M-159
Sukono

24 **Estimasi Parameter Beta-Adjusted Dalam Capm Dengan Volatilitas Tak Konstan** M-167
Sukono

25 **Selang Bagi Fungsi Tahan Hidup Masa Tahanan Artis Indonesia Yang Tersangkut Narkoba (Data Berdistribusi Eksponensial Dua Parameter Tersensor Tipe-Ii)** M-173
Surya Prangga

26 **Penerapan Metode Bootstrap Pada Uji Komparatif Non Parametrik 2 Sampel** M-179
Yudi Agustius

M -

ALJABAR MAX-MIN INTERVAL

M. Andy Rudhito

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
email: arudhito@yahoo.co.id

Abstrak

Makalah ini membahas suatu aljabar himpunan semua interval dalam aljabar max-min yang dilengkapi dengan operasi maximum dan minimum. Aljabar ini merupakan perluasan aljabar max-min dan dapat menjadi dasar pembahasan aljabar max-min bilangan kabur melalui Teorema Dekomposisi dalam himpunan kabur. Dapat ditunjukkan bahwa himpunan semua interval dalam aljabar max-min yang dilengkapi dengan operasi maximum dan minimum interval merupakan semiring idempoten komutatif. Semiring idempoten komutatif ini disebut aljabar max-min interval. Lebih lanjut relasi urutan yang didefinisikan pada aljabar max-min interval merupakan relasi urutan total.

Kata kunci: semiring, idempoten, aljabar max-min, interval.

PENDAHULUAN

Aljabar max-min, yaitu himpunan semua bilangan real **R** dilengkapi dengan operasi max (maksimum) dan min (minimum), telah dapat digunakan dengan baik untuk memodelkan dan menganalisis masalah lintasan kapasitas maksimum (Gondran dan Minoux, 2008).

Dalam masalah pemodelan dan analisa suatu jaringan kadang-kadang kapasitasnya belum diketahui, misalkan karena masih pada tahap perancangan, data-data mengenai kapasitas belum diketahui secara pasti maupun distribusinya. Kapasitas-kapasitas ini dapat diperkirakan berdasarkan pengalaman maupun pendapat dari para ahli maupun operator jaringan tersebut. Dalam hal ini kapasitas jaringan dapat dimodelkan dengan suatu interval bilangan real, yang selanjutnya disebut dengan *interval*.

Pemodelan dan analisa pada masalah lintasan kapasitas maksimum dengan kapasitas yang berupa interval, sejauh peneliti ketahui, belum ada yang membahas, terlebih dengan menggunakan pendekatan aljabar max-min seperti halnya yang telah dilakukan untuk model deterministik dan probabilistik. Seperti telah diketahui pendekatan penyelesaian masalah jaringan dengan menggunakan aljabar max-min dapat memberikan hasil analitis dan lebih mempermudah dalam komputasinya.

Pendekatan aljabar max-min untuk menyelesaikan masalah lintasan kapasitas maksimum juga menggunakan konsep-konsep dasar dalam aljabar max-min, seperti matriks atas aljabar max-min dan sistem persamaan linear max-min, seperti yang telah dibahas dalam Baccelli, dkk. (2001), dan Gondran and Minoux, (2008). Dengan demikian, untuk menyelesaikan masalah lintasan kapasitas interval maksimum, dengan pendekatan aljabar max-min, terlebih dahulu aljabar max-min perlu digeneralisasi menjadi aljabar max-min interval. Untuk itu dalam makalah ini akan dibahas generalisasi aljabar max-min perlu digeneralisasi menjadi aljabar max-min interval.

Aljabar Max-Min

Dalam bagian ini dibahas konsep dasar aljabar max-min. Pembahasan selengkapnya dapat

dilihat pada Baccelli et.al (1992), Schutter (1996), dan Gondran and Minoux, (2008).

Suatu *semiring* $(S, *, \bullet)$ adalah suatu himpunan takkosong S yang dilengkapi dengan dua operasi biner $*$ dan $\bullet$, yang memenuhi aksioma berikut

i) $(S, *)$ adalah semigrup komutatif dengan elemen netral *0*, yaitu berlaku

$$(a * b) * c = a * (b * c),\ a * b = b * a,\ a * 0 = a$$

untuk setiap $a, b, c \in S$.

ii) $(S, \bullet)$ adalah semigrup dengan elemen satuan *1*, yaitu berlaku

$$(a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c),\ a \bullet 1 = 1 \bullet a = a,$$

untuk setiap $a, b, c \in S$.

iii) Elemen netral *0* merupakan elemen penyerap terhadap operasi $\bullet$, yaitu berlaku

$$a \bullet 0 = 0 \bullet a = 0$$

untuk setiap $a \in S$.

iv) Operasi $*$ distributif terhadap $\bullet$, yaitu berlaku

$$(a * b) \bullet c = (a \bullet c) * (b \bullet c),\ a \bullet (b * c) = (a \bullet b) * (a \bullet c)$$

untuk setiap $a, b, c \in S$.

Semiring $(S, *, \bullet)$ dikatakan *idempoten* jika operasi $*$ bersifat idempoten, yaitu berlaku $a * a = a$ untuk setiap $a \in S$, dan dikatakan *komutatif* jika operasi $\bullet$ bersifat komutatif. Suatu semiring komutatif $(S, *, \bullet)$ disebut *semifield* jika setiap elemen taknetralnya mempunyai invers terhadap operasi $\bullet$. Dapat ditunjukkan bahwa jika $(S, *)$ merupakan semigrup komutatif idempoten maka relasi "$\preceq$" yang didefinisikan pada S dengan $x \preceq y \Leftrightarrow x * y = y$ merupakan *urutan parsial* pada S. Operasi $*$ dan $\times$ dikatakan *konsisten* terhadap urutan "$\preceq$" dalam S bila dan hanya bila jika $x \preceq y$, maka $x * z \preceq y * z$ dan $x \times z \preceq y \times z$ untuk setiap $x, y, z \in S$. Dalam semiring idempoten $(S, *, \bullet)$ operasi $*$ dan $\bullet$ konsisten terhadap urutan $\preceq$ dalam S. Hal ini dapat ditunjukkan sebagai berikut:

i) Jika $a \preceq b$, maka $a * b = b \Leftrightarrow (a * b) * c = b * c \Leftrightarrow (a * b) * c * c = b * c \Leftrightarrow (a * c) * (b * c) = b * c \Leftrightarrow a * c \preceq b * c$.

ii) Jika $a \preceq b$, maka $a * b = b \Leftrightarrow (a * b) \bullet c = b \bullet c \Leftrightarrow (a \bullet c) * (b \bullet c) = b \bullet c \Leftrightarrow a \bullet c \preceq b \bullet c$.

Semiring $(S, *, \bullet)$ dengan elemen netral *0* dikatakan *tidak memuat pembagi nol* bila dan hanya bila, jika $x \bullet y = 0$ maka $x = 0$ atau $y = 0$ untuk setiap $x, y \in S$.

Diberikan $\mathbf{R}_\varepsilon^+ := \mathbf{R}^+ \cup \{\varepsilon\}$ dengan $\mathbf{R}^+$ adalah himpunan semua bilangan real nonnegatip dan $\varepsilon := +\infty$. Pada $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ didefinisikan operasi berikut:

$$\forall a,b \in \mathbf{R}_\varepsilon^+,\ a \oplus b := \max(a, b) \text{ dan } a \otimes b := \min(a, b).$$

Dapat ditunjukkan bahwa $(\mathbf{R}_\varepsilon^+, \oplus, \otimes)$ merupakan semiring idempoten komutatif dengan elemen netral $0 = 0$ dan elemen satuan $\varepsilon = +\infty$. Kemudian $(\mathbf{R}_\varepsilon^+, \oplus, \otimes)$ disebut dengan *aljabar max-min*, yang selanjutnya cukup dituliskan dengan $\mathbf{R}_\varepsilon^+$.

Dalam hal urutan pengoperasian (jika tanda kurang tidak dituliskan), *operasi $\otimes$ mempunyai prioritas yang lebih tinggi dari pada operasi $\oplus$*. Karena $(\mathbf{R}_\varepsilon^+, \oplus)$ merupakan semigrup komutatif idempoten, maka relasi "$\preceq_m$" yang didefinisikan pada $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ dengan $x \preceq_m y \Leftrightarrow x \oplus y = y$ merupakan *urutan parsial* pada $\mathbf{R}_\varepsilon^+$. Lebih lanjut relasi ini merupakan *urutan total* pada $\mathbf{R}_\varepsilon^+$. Karena $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ merupakan semiring idempoten, maka operasi $\oplus$ dan $\otimes$ *konsisten* terhadap urutan $\preceq_m$

, yaitu $\forall a, b, c \in \mathbf{R}_\varepsilon^+$, jika $a \preceq_m b$, maka $a \oplus c \preceq_m b \oplus c$, dan $a \otimes c \preceq_m b \otimes c$. Aljabar max-min $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ *tidak memuat pembagi nol* yaitu $\forall x, y \in \mathbf{R}_\varepsilon^+$ berlaku: jika $x \otimes y = \min(x, y) = 0$, maka $x = 0$ atau $y = 0$.

Aljabar Max-Min Interval

Berikut dibahas aljabar max-min interval yang merupakan perluasan aljabar max-min dan akan digunakan sebagai dasar pembahasan aljabar max-min bilangan kabur melalui Teorema Dekomposisi. Ide pembahasan didasarkan pada analisis idempoten interval dalam Litvinov, G.L., Sobolevskii, A.N. (2001)

Definisi 1

Misalkan *S* adalah himpunan terurut parsial dengan relasi $\preceq$. Suatu *interval* (tertutup) dalam *S* adalah himpunan bagian *S* yang berbentuk $x = [\underline{x}, \overline{x}] = \{ x \in S \mid \underline{x} \preceq x \preceq \overline{x} \}$, dengan $\underline{x}, \overline{x} \in S$ berturut-turut disebut *batas bawah* dan *batas atas* interval $[\underline{x}, \overline{x}]$.

Misalkan x dan y adalah interval dalam *S.* Perhatikan bahwa interval $x \subseteq y$ jika dan hanya jika $\underline{y} \preceq \underline{x} \preceq \overline{x} \preceq \overline{y}$. Secara khusus $x = y$ jika dan hanya jika $\underline{x} = \underline{y}$ dan $\overline{x} = \overline{y}$. Sebuah interval dengan x dengan $\underline{x} = \overline{x}$ merepresentasi suatu elemen dalam *S.*

Contoh 1

Telah diketahui bahwa $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ merupakan himpunan terurut parsial dengan relasi $\preceq_m$. Interval dalam $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ berbentuk $x = [\underline{x}, \overline{x}] = \{ x \in \mathbf{R}_\varepsilon^+ \mid \underline{x} \preceq_m x \preceq_m \overline{x} \}$. Bilangan $x \in \mathbf{R}_\varepsilon^+$ dapat dinyatakan dengan menggunakan interval $x = [x, x]$. Interval dalam $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ misalnya [3, 5], [0, 2], [0, 0] = 0 dan $[\varepsilon, \varepsilon] = \varepsilon$.

Diberikan $(S, *, \bullet)$ adalah suatu semiring idempoten dan tidak memuat pembagi nol, dengan elemen netral *0*. Didefinisikan

$$\mathbf{I}(S) = \{ x = [\underline{x}, \overline{x}] \mid \underline{x}, \overline{x} \in S, 0 \prec \underline{x} \preceq \overline{x} \} \cup \{[0, 0]\}.$$

Pada $\boldsymbol{I}(S)$ didefinisikan operasi $\overline{*}$ dan $\overline{\bullet}$ dengan :

$x \overline{*} y = [\underline{x} * \underline{y}, \overline{x} * \overline{y}]$ dan $x \overline{\bullet} y = [\underline{x} \bullet \underline{y}, \overline{x} \bullet \overline{y}]$ untuk setiap $x, y \in \mathbf{I}(S)$ (Litvinov & Sobolevskii, 2001).

Operasi yang didefinisikan di atas terdefinisi dengan baik (*well defined*), yaitu memenuhi syarat tertutup dan bernilai tunggal. Ambil sembarang $x, y \in \mathbf{I}(S)$. Jika salah satu dari x, y sama dengan [*0, 0*], maka $x \overline{*} y$ adalah interval itu sendiri dan $x \overline{\bullet} y = [0, 0]$, sedangkan jika keduanya sama dengan [*0, 0*], maka $x \overline{*} y$ dan $x \overline{\bullet} y$ keduanya sama dengan [*0, 0*]. Jika x, y keduanya $\neq$ [*0, 0*], maka $\underline{x}, \overline{x} \in S$ dan $0 \prec \underline{x} \preceq \overline{x}$, $\underline{y}, \overline{y} \in S$ dan $0 \prec \underline{y} \preceq \overline{y}$. Mengingat $0 \prec \underline{x}$, maka $0 \preceq \underline{x}$ dan $\underline{x} \neq 0$, juga karena $0 \prec \underline{y}$, maka $0 \preceq \underline{y}$ dan $\underline{y} \neq 0$. Mengingat $0 * (\underline{x} * \underline{y}) = \underline{x} * \underline{y}$, maka $0 \preceq \underline{x} * \underline{y}$, dan karena $\underline{x} \neq 0$ dan $\underline{y} \neq 0$ maka $\underline{x} * \underline{y} \neq 0$. Hal ini berarti $0 \prec \underline{x} * \underline{y}$. Mengingat $\underline{x} \preceq \overline{x}$, $\underline{y} \in S$ dan *S* semiring idempoten, maka operasi $*$ konsisten terhadap urutan $\preceq$, maka $\underline{x} * \underline{y} \preceq \overline{x} * \underline{y}$. Mengingat $\underline{y} \preceq \overline{y}$, $\overline{x} \in S$ dan *S* konsisten terhadap $*$ maka $\overline{x} * \underline{y} \preceq \overline{x} * \overline{y}$. Oleh

karena itu $\underline{x} * \underline{y} \preceq \overline{x} * \overline{y}$. Jadi $0 \prec \underline{x} * \underline{y} \preceq \overline{x} * \overline{y}$, yang berarti $x \overline{*} y \in \mathbf{I}(S)$.

Dengan cara yang sama seperti pada operasi $\overline{*}$ di atas dapat ditunjukkan bahwa $0 \preceq \underline{x} \bullet \underline{y}$. Mengingat $\underline{x} \neq 0$ dan $\underline{y} \neq 0$ serta S tidak memuat pembagi nol, maka $\underline{x} \bullet \underline{y} \neq 0$. Hal ini berarti $0 \prec \underline{x} \bullet \underline{y}$. Dengan cara yang sama seperti pada operasi $\overline{*}$ di atas dapat ditunjukkan bahwa $\underline{x} \bullet \underline{y} \preceq \overline{x} \bullet \overline{y}$. Jadi $0 \prec \underline{x} \bullet \underline{y} \preceq \overline{x} \bullet \overline{y}$, yang berarti $x \overline{\bullet} y \in \mathbf{I}(S)$.

Sedangkan ketunggalan hasil operasi dapat dijelaskan sebagai berikut. Akan ditunjukkan ketunggalan untuk operasi $\overline{*}$, sedangkan untuk operasi $\overline{\bullet}$ analog. Ambil sembarang w, x, y, dan z $\in \mathbf{I}(S)$ sedemikian hingga w = y dan x = z. Mengingat w = y dan x = z maka $[\underline{w}, \overline{w}] = [\underline{y}, \overline{y}]$ dan $[\underline{x}, \overline{x}] = [\underline{z}, \overline{z}]$ atau $\underline{w} = \underline{y}$, $\overline{w} = \overline{y}$, $\underline{x} = \underline{z}$, $\overline{x} = \overline{z}$. Hal ini berarti $\underline{w} * \underline{x} = \underline{y} * \underline{z}$ dan $\overline{w} * \overline{x} = \overline{y} * \underline{z}$ atau $[\underline{w} * \underline{x}, \overline{w} * \overline{x}] = [\underline{y} * \underline{z}, \overline{y} * \underline{z}]$. Jadi $w \overline{*} x = y \overline{*} z$, yang berarti bahwa hasil operasi tersebut tunggal.

Teorema 1

Diberikan $(S, *, \bullet)$ *adalah suatu semiring idempoten dan tidak memuat pembagi nol, dengan elemen netral 0.* $(\mathbf{I}(S), \overline{*}, \overline{\bullet})$ *merupakan semiring idempoten dengan elemen netral* $0_I = [0, 0]$ *dan elemen satuan* $1_I = [1, 1]$.

Bukti: Bahwa $\mathbf{I}(S)$ tertutup terhadap operasi $\overline{*}$ dan $\overline{\bullet}$ sudah dijelaskan pada penjelasan setelah pendefinisian operasi interval di atas. Selanjutnya karena operasi-operasi $\overline{*}$ dan $\overline{\bullet}$ pada $(\mathbf{I}(S),)$ didefinisikan komponen demi komponen dari S, maka sifat-sifat pada $(\mathbf{I}(S), \overline{*}, \overline{\bullet})$ mengikuti seluruh sifat-sifat pada $(S, *, \bullet)$ yang merupakan semiring idempoten, dengan elemen netral *0* dan elemen satuan *1*. Dengan demikian terbukti bahwa $(\mathbf{I}(S), \overline{*}, \overline{\bullet})$ merupakan semiring idempoten komutatif dengan elemen netral $0_I = [0, 0]$ dan elemen satuan $1_I = [1, 1]$. ■

Mengingat $(\mathbf{I}(S), \overline{*})$ merupakan semigrup komutatif, maka relasi "$\preceq_I$" yang didefinisikan pada $\mathbf{I}(S)$ dengan $x \preceq_I y \Leftrightarrow x \overline{*} y = y \Leftrightarrow \underline{x} \preceq \underline{y}$ dan $\overline{x} \preceq \overline{y}$ merupakan urutan parsial pada $\mathbf{I}(S)$.

Contoh 2

Telah diketahui $(\mathbf{R}_\varepsilon^+, \oplus, \otimes)$ merupakan semiring idempoten dan tidak memuat pembagi nol, dengan elemen netral ε. Didefinisikan

$$\mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon = \{ x = [\underline{x}, \overline{x}] \mid \underline{x}, \overline{x} \in \mathbf{R}^+, \ \varepsilon \prec_m \underline{x} \preceq_m \overline{x} \} \cup \{[\varepsilon, \varepsilon]\}.$$

Pada $\mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon$ didefinisikan operasi $\overline{\oplus}$ dan $\overline{\otimes}$ sebagai berikut

$$x \overline{\oplus} y = [\underline{x} \oplus \underline{y}, \ \overline{x} \oplus \overline{y}] \text{ dan } x \overline{\otimes} y = [\underline{x} \otimes \underline{y}, \ \overline{x} \otimes \overline{y}] \text{ untuk setiap } x, y \in \mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon.$$

Misalnya $[1, 3] \ \overline{\oplus} \ [0, 2] = [1, 3]$, $[1, 3] \ \overline{\otimes} \ [0, 2] = [0, 2]$,

$[1, 4] \ \overline{\oplus} \ [2, 3] = [2, 4]$, dan $[1, 4] \ \overline{\otimes} \ [2, 3] = [1, 3]$.

Menurut Teorema 1 di atas $(\mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon, \overline{\oplus}, \overline{\otimes})$ merupakan semiring idempoten dengan elemen netral $0 = [0, 0]$ dan elemen satuan $\varepsilon = [\varepsilon, \varepsilon]$. Lebih lanjut karena $(\mathbf{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ merupakan semiring idempoten komutatif, maka $(\mathbf{I}(\mathbf{R})_\varepsilon, \overline{\oplus}, \overline{\otimes})$ merupakan semiring idempoten komutatif. Selanjutnya $(\mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon, \overline{\oplus}, \overline{\otimes})$ disebut *aljabar max-min interval* yang cukup dituliskan $\mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon$.

Teorema 2

Untuk setiap $x, y \in \mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon$, *dengan* $x = [\underline{x}, \overline{x}]$ *dan* $y = [\underline{y}, \overline{y}]$, *berlaku bahwa* *i*) $[\underline{x} \oplus \underline{y}, \overline{x} \oplus \overline{y}] = x \,\overline{\oplus}\, y$ *dan* *ii*) $[\underline{x} \otimes \underline{y}, \overline{x} \otimes \overline{y}] = x \,\overline{\otimes}\, y$,

di mana $x \,\overline{\oplus}\, y = \{t \in \mathbf{R}_\varepsilon^+ \mid t = x \oplus y, x \in x, y \in y\}$ *dan*

$x \,\overline{\otimes}\, y = \{t \in \mathbf{R}_\varepsilon^+ \mid t = x \otimes y, x \in x, y \in y\}$.

Bukti:

i) Ambil sembarang $t \in x \,\overline{\oplus}\, y$ dan misalkan $x \in x$ dan $y \in y$ sedemikian hingga $t = x \oplus y$. Mengingat x dan y adalah interval, maka $\underline{x} \preceq x \preceq \overline{x}$ dan $\underline{y} \preceq y \preceq \overline{y}$. Mengingat operasi $\oplus$ konsisten terhadap urutan $\preceq$, maka $\underline{x} \oplus \underline{y} \preceq x \oplus y \preceq \overline{x} \oplus \overline{y}$, sehingga $x \oplus y \in [\underline{x} \oplus \underline{y}, \overline{x} \oplus \overline{y}]$. Jadi $x \,\overline{\oplus}\, y \subseteq [\underline{x} \oplus \underline{y}, \overline{x} \oplus \overline{y}]$.

Ambil sembarang $t \in [\underline{x} \oplus \underline{y}, \overline{x} \oplus \overline{y}]$, maka $\underline{x} \oplus \underline{y} \preceq t \preceq \overline{x} \oplus \overline{y}$. Andaikan $t \notin x \,\overline{\oplus}\, y$, maka untuk setiap $x \in x$ dan untuk setiap $y \in y$ berlaku $t \neq x \oplus y$, karena urutan " $\preceq$ " dalam $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ merupakan urutan total, berarti $t \prec x \oplus y$ atau $t \succ x \oplus y$. Mengingat $\underline{x} \in x$ dan $\underline{y} \in y$ maka $t \prec \underline{x} \oplus \underline{y}$ atau $t \succ \underline{x} \oplus \underline{y}$, sehingga terjadi kontradiksi. Jadi $t \in x \,\overline{\oplus}\, y$, yang berarti $[\underline{x} \oplus \underline{y}, \overline{x} \oplus \overline{y}] \subseteq x \oplus y$. Dengan demikan terbukti $[\underline{x} \oplus \underline{y}, \overline{x} \oplus \overline{y}] = x \,\overline{\oplus}\, y$.

ii) Analog dengan pembuktian *i*) di atas. ■

Mengingat $(\mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon, \oplus)$ merupakan semigrup komutatif idempoten, maka relasi "$\preceq_{lm}$" yang didefinisikan pada $\mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon$, dengan $x \preceq_{lm} y \Leftrightarrow x \,\overline{\oplus}\, y = y$ merupakan urutan parsial pada $\mathbf{I}(\mathbf{R}^+)_\varepsilon$,. Perhatikan bahwa $x \,\overline{\oplus}\, y = y \Leftrightarrow \underline{x} \preceq_m \underline{y}$ dan $\overline{x} \preceq_m \overline{y}$. Relasi "$\preceq_{lm}$" ini bukan merupakan urutan total, karena terdapat $x = [-1, 3]$ dan $y = [0, 1]$ dengan $x \,\overline{\oplus}\, y = [-1, 3] \,\overline{\oplus}\, [0, 1] = [0, 3]$, sehingga $x \oplus y \neq y$ dan $x \oplus y \neq x$.

1. Kesimpulan

Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa himpunan semua interval dalam aljabar max-min yang dilengkapi dengan operasi maximum dan minimum interval merupakan semiring idempoten komutatif. Lebih lanjut relasi urutan yang didefinisikan pada aljabar max-min dapat digeneralisir dalam aljabar max-min interval dan juga merupakan relasi urutan total.

Hasil dalam pembahasan di atas selanjutnya dapat dilanjutkan untuk membahas matriks atas aljabar max-min interval dan aljabar max-min bilangan kabur di mana bilangan kabur dipandang sebagai keluarga himpunan tersarang interval-interval real.

DAFTAR PUSTAKA

Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G.J. and Quadrat, J.P. 2001. *Synchronization and Linearity*. New York: John Wiley & Sons.

Gondran, M and Minoux, M. 2008. *Graph, Dioids and Semirings*. New York: Springer.

Litvinov, G.L., Sobolevskii, A.N. 2001. Idempotent Interval Anaysis and Optimization Problems. *Reliab. Comput.*, 7, 353 – 377; arXiv: math.SC/ 010180.

Polya, G. 1998. Generalization, Specialization, Analogy. New directions in the philosophy of mathematics. Princeton: Princeton University Press. pp. 103 – 124.

Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2008. Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur. *Berkala Ilmiah MIPA Majalah Ilmiah Matematika & Ilmu Pengetahuan Alam.* Vol. 18 (2): pp. 153-164.

Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2011a. Systems of Fuzzy Number Max-Plus Linear Equations. *Journal of the Indonesian Mathematical Society* Vol. 17 No. 1.

Rudhito, Andy. 2011b. *Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur dan Penerapannya pada Masalah Penjadwalan dan Jaringan Antrian Kabur*. Disertasi: Program Pascasarjana Universitas Gadjah Mada. Yogyakarta.