

Sertifikat

_____ Diberikan Kepada _____

Dominikus Arif Budi Prasetyo, M.Si.

Sebagai PEMAKALAH dengan judul

PELABELAN TOTAL TAK-AJAIB TITIK KUAT PADA GRAF SIKEL GENAP DENGAN TAMBAHAN SATU ANTING

Seminar Nasional Pendidikan Matematika Pascasarjana Unesa dengan tema

"Pembelajaran Matematika Menghadapi Era Revolusi Industri 4.0" yang diselenggarakan oleh Prodi S3 Pendidikan Matematika Pascasarjana Unesa pada hari Sabtu, 8 Desember 2018 Bertempat di Aula Lantai 3 Gedung K10 Pascasarjana Unesa.



Direktur Pascasarjana

Prof. Dr. Ismet Basuki, M.Pd.

NIP. 196103261986011001

Ketua Pelaksana


SNMP

Erik Valentino

NIM. 18070936005



Program Studi
S3 Pendidikan Matematika
Pascasarjana

ISBN. 978-602-449-325-7

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL PENDIDIKAN MATEMATIKA
PASCASARJANA UNESA

PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENGHADAPI ERA REVOLUSI INDUSTRI 4.0

2018



PROSIDING:

Seminar Nasional “Pembelajaran Matematika Menghadapi Revolusi Industri 4.0”

Penangungjawab	: Prof. Dr. Siti M. Amin, M.Pd
Ketua Panitia	: Erik Valentino, S.Pd., M.Pd
Wakil Ketua	: Sulaiman, M.Pd
Reviewer	: Prof. Dr. Sunardi, M.Pd. Prof. Dr. Ratu Ilma Indra Putri, M.Si Prof. Dr. Cholis Sa’dijah, M.Pd., M.A Dr. Agung Lukito, M.S. Rooselyna Ekawati, S.Si., M.Sc., Ph.D Dr. Rahmah Johar, M.Pd
Editor	: Endang Suprapti, S.Pd., M.Pd. Via Yustitia, S.Pd., M.Pd. Sri Hartatik, S.Si., M.Pd. Sulaeman, S.Pd., M.Pd
Design Sampul	: Asep Sahrudin, S.Pd., M.Pd.
Layout	: Henry Putra Imam Wijaya, S.Si., M.Pd
Diterbitkan Oleh	: Unesa University Press Universitas Negeri Surabaya
ISBN	: 978-602-449-325-7

Hak cipta dilindungi Undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun, secara elektronis maupun mekanis, termasuk memfotokopi, merekam atau dengan teknik perekam lainnya, tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur kami panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga prosiding ini dapat tersusun dengan baik. Prosiding ini berisi kumpulan makalah di bidang matematika dan didiskusikan dalam seminar nasional. Seminar nasional ini diselenggarakan oleh S3 Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Surabaya pada Hari Sabtu, 8 Desember 2018. Seminar ini mengangkat tema "Pembelajaran Matematika di Era Revolusi Industri 4.0" .

Prosiding ini disusun untuk mendokumentasikan gagasan dan hasil penelitian di bidang pendidikan Matematika. Selain itu, diharapkan prosiding ini dapat memberikan wawasan tentang penemuan-penemuan baru yang berkembang di dunia pendidikan khususnya bagi seluruh profesi yang sifatnya mendidik demi terwujudnya pendidikan berkembang.

Kami menyadari prosiding ini dapat terwujud berkat kerjasama partisipasi dan bantuan dari berbagai pihak, oleh karena itu, kami mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang membantu terselenggarakannya Seminar Nasional ini.

Surabaya, 29 Maret 2019
Ketua Panitia



Erik Valentino, M.Pd

DAFTAR ISI

	Halaman
Halaman Sampul	i
Redaksi	ii
Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	iv

Daftar Artikel

1. Membangun Karakter Generasi Emas Melalui Pendidikan Matematika Di Era Disrupsi Hardi Suyitno	1
2. Re-Orientasi Pembelajaran Matematika Pada Era Industri 4.0 Baiduri	15
3. Penalaran Matematika Pada Materi Sudut Berpenyiku Dan Berpelurus Untuk Siswa Kelas VII Yulius Keremata Lede dan Yuliana Ina Kii	30
4. Analisis Proses Kognitif Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Tentang Materi Pengukuran Pada Siswa Kelas Viii Smp Tahun Ajaran 2017/2018 Yuliana Ina Kii dan Yulius Keremata Lede	38
5. Studi Etnomatematika Pada Motif Rajutan Topi Baret Di Desa Srate Yeni Ma'rifatut Thoyyibah, Rachmaniah Mirza Hariastuti, dan Arfiati Ulfa Utami	47
6. Representasi Matematis Dan <i>Self-Concept</i> Mahasiswa Pada Mata Kuliah Geometri Menggunakan <i>Guided-Discovery Learning</i> Tri Nopriana dan Mohammad Dadan Sundawan	55
7. Pengembangan Alat Peraga "Permaks" Pada Materi Perkalian Matriks Di Kelas X Annisaa'ul Masruroh, Novi Prayekti, dan Ratna Mustika Yasi	64
8. Pendidikan Karakter Secara Umum Dan Pada Pembelajaran Matematika Di SMA Santo Yosef Pangkalpinang Fransiskus Ivan Gunawan dan Stephanus Suwarsono	73
9. Example And Non-Example As A Road To Function Concept Understanding Eka Resti Wulan dan Yulia Izza El Milla	84
10. Problem Solving Siswa Dari Tingkat Berpikir Van-Hiele: Masalah Dan Balok Nilta Imiyatur Rosidah, Eka Resti Wulan, dan Yulia Izza El Milla	91
11. Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa Materi Logika Matematika Imam Saifuddin	102
12. Penerapan Teori Antrian Pada Loker Pembayaran SKS Di Kampus III Universitas Sanata Dharma Yogyakarta Amdika Styadi dan Febi Sanjaya	110
13. Implementasi Paradigma Pedagogi Reflektif Untuk Mengembangkan Hasil Belajar Teori Bilangan Margaretha Madha Melissa	114

14. Peran Skema Dalam Merespon Informasi Yang Diterima Melalui Asimilasi Dan Akomodasi Mubarik, Mega Teguh Budiarto, dan Raden Sulaiman	118
15. Proses Kognitif Siswa Dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau Dari Gaya Kognitif FI dan FD Ratih Puspasari	129
16. Pola Pengubinan Dengan Memanfaatkan Fraktal Fibonacci Snowflake Kosala Dwidja Purnomo, Farah Intan Nur Oktavia, dan Firdaus Ubaidillah	138
17. Pelabelan Total Tak-Ajaib Titik Kuat Pada Graf Sikel Genap Dengan Tambahan Satu Anting Dominikus Arif Budi Parsetyo	152
18. Aplikasi Interpolasi Lagrange Dan Metode Trapesium Untuk Menghitung Luas Lahan Berbentuk Tidak Beraturan Osniman Paulina Maure dan Stefanus Surya Osada	159
19. Kajian Etnomatematika Pada Busana Pengantin Banyuwangi “Mupus Braen Blambangan” Ulfa Surti Kanti, Rachmaniah Mirza Hariastuti, dan Barep Yohanes	166
20. Implementasi Model Pakem Dalam Meningkatkan Keaktifan Dan Prestasi Belajar Matematika Sandra Agustina	176
21. Analysis Of Understanding Of Concept And Form Of Mathematic Representation On Relation And Function Materials Olfiana Dapa Kambu	183
22. Aplikasi Teorema Green Dalam Menghitung Luas Segi- n Beraturan Dengan Bantuan Matlab Untuk Pembelajaran Konsep Limit Michael Bobby Christian dan Beni Utomo	198
23. Konflik Kognitif Mahasiswa Dalam Memahami Konsep Geometri Hiperbolik Dan Eliptik Mega Teguh Budiarto dan Rini Setyaningsih	202
24. Pengaruh Penggunaan Aplikasi Berbasis Android dalam Perkuliahan Matematika Bisnis Usep Sholahudin, Ria Noviana Agus, dan Yani Supriani	209
25. Pemanfaatan Iterated Function System Untuk Membangkitkan Motif Anyaman Ukuran Kosala Dwidja Purnomo, Ingka Maris, dan Bagus Juliyanto	217
26. Rancangan Pembelajaran Matematika Kontekstual Berbasis Rumah Adat Using Banyuwangi Rachmaniah Mirza Hariastuti	229
27. Kemampuan Berpikir Kreatif Ditinjau Dari Kemandirian Belajar Sri Mulyati, Iwan Junaedi, dan Sukestiyarno	240
28. Hypergeometric Distribution, Negative Binomial Distribution, Diskrit Uniform Distribution Maslina Simanjuntak	246

29. Pengembangan Media Komik pada Materi Persamaan Linear Satu Variabel Rosita Dwi Ferdiani, Selvi Koiriyah, dan Timbul Yuwono	257
30. Merancang Game Edukatif Berbasis <i>Scaffolding</i> Metakognitif untuk Kemampuan Berpikir Reflektif Matematis Hepsi Nindiasari, Abdul Fatah, Nurul Anriani, dan Ayrin Widya M	267
31. Analisis Proses Kognitif Siswa VIII SMP Dalam Menyelesaikan Soal Tentang Materi Pengukuran Yuliana Ina Kii dan Yulius Keremata Lede	281
32. Desain Pembelajaran Menggunakan Pembelajaran Berbasis Masalah Pada Materi Membagi Ruas Garis Sepriani Liliani	290
33. Analisis Kesulitan Calon Mahasiswa Dari Kabupaten Mappi Papua Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Matematika Gabriela Purnama Ningsi dan Florianus Aloysius Nay	296
34. Proses kognitif Siswa Dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau Dari Gaya Kognitif <i>FI</i> dan <i>FD</i> Mariana Marta Towe	302
35. Investigasi Penguasaan <i>Pedagogy Content Knowledge (PCK)</i> Mahasiswa Dalam Program Pengalaman Lapangan (PPL) Yang Mengimplemntasikan Paradigma Pedagogi Reflektif (PPR) Haniek Sri Pratini	317
36. Penerapan Strategi <i>Team-Based Learning</i> Untuk Meningkatkan Kemampuan Kompetensi Strategis Matematis Siswa SMK Eka Rosdianwinata dan Septia Devi	326
37. <i>Mathematical Content Knowledge</i> Calon Pendidik Dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Tentang Perbandingan Niluh Sulistyani, Cyrenia Novella Krisnamurti, dan MG Andika Pramudya Wardani	334
38. Syarat Cukup Keterbatasan Integral Fraksional Di Ruang Euclid Homogen Terboboti Ari Rahman Wijaksana dan Bidayatul Mas'ulah	342
39. Students' Worksheet (LKS) Practicality Through Cartoons Materials In Plane Nela Sari Yolanda	349
40. Problem Based Learning Assisted By Multimedia To Improve Mathematical Critical Thinking Ability Dian Nafisa, YL Sukestiyarno,, dan Isti Hidayah	358
41. Student Mathematical Communication Ability Based On Interpersonal Intelligence Aning Wida Yanti	363
42. Analysis Of Student Adaptive Reasoning Ability Based On Type Of Personality Sutini	375
43. Exploration Of GeometrY Concept In Traditional Tools Of Dayak Tabun Marhadi Saputro dan Hartono	397
44. Mathematical Problem Solving Heuristics In Comparison Between Cooperative Setting And Writing Mathematics	

Khadisa Harsela	404
45. Kemampuan Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Menyusun Soal Matematika Dengan Kategori Penalaran	
Dini Kinati Fardah, Masriyah, dan Endah Budi Rahaju	420
46. Implikasi Matematika Dalam Al-Qur'an	
Nurul Imamah dan Baiq Zafaria Firmansyah	428
47. Analisis Kemampuan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Tipe <i>Higher Order Thinking</i>	
Widhia Tri Nuragni	438
48. Perangkat Pembelajaran Berbasis Literasi Statistis Pada Materi Statistik	
Umi Nur Qomariyah dan Ririn Febrianti	448
49. Role Of Immediate Feedback Of Mathematical Communication In Contextual Teaching And Learning	
Aulia Zulfa, Kartono, dan Adi Nur Cahyono	456
50. Memperkuat Strategi Inovasi Pembelajaran : Proses Mencapai Kompetensi <i>Mathematical Modeling</i> berbasis <i>S-Pace Based Learning</i> Melalui Pengembangan Buku Ajar Matematika Diskrit	
Jajo Firman Raharjo dan Nurul Ikhsan Karimah	461
51. Prinsip Bentuk Geometri Untuk Kemudahan Pembelajaran Matematika Penyandang Disabilitas	
Indah Rahayu Panglipur dan Eric dwi Putra	472

PELABELAN TOTAL TAK-AJAIB TITIK KUAT PADA GRAF SIKEL GENAP DENGAN TAMBAHAN SATU ANTING

Dominikus Arif Budi Prasetyo

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma
email: dominic_abp@usd.ac.id

Abstract

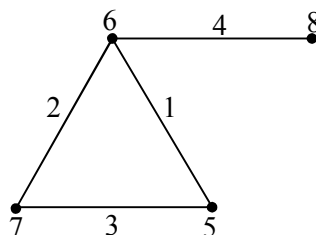
Even-cycle graph is a cycle with even number of vertices. The even-cycle graph with one extra arm is an even-cycle graph with an additional one vertex that connected to one vertex of the graph, symbolized by $(C_n + A_1)$ with $n \geq 4$ and even. Super vertex anti-magic total labeling (SVATL) is one-to-one function from integer $\{1, 2, 3, \dots, |V| + |E|\}$ to vertices and edges of the graph with vertex label is $\{1, 2, 3, \dots, |V|\}$ and weight of vertices are forming arithmetic sequence. Vertex anti-magic total labeling (VATL) can be done on the $(C_n + A_1)$ with $n \geq 3$ and odd (Septian, 2012). This paper discusses SVATL on $(C_n + A_1)$ with $n \geq 4$ and even. The results of this study show that SVATL can be done on the $(C_n + A_1)$ with $n \geq 4$ and even. The weight of vertices are forming arithmetic sequence $(a, a + d, a + 2d, \dots, a + nd)$ with $a \geq n + 3$ and $d \leq 5$. Furthermore for pairs of (a, d) , - the first term a and the difference d in the sequence-, are $(2n + 5, 3), \left(\frac{3n + 10}{2}, 4\right)$ and $(n + 5, 5)$.

Keywords: even-cycle graph, one extra arm, super vertex anti-magic total labeling.

1. PENDAHULUAN

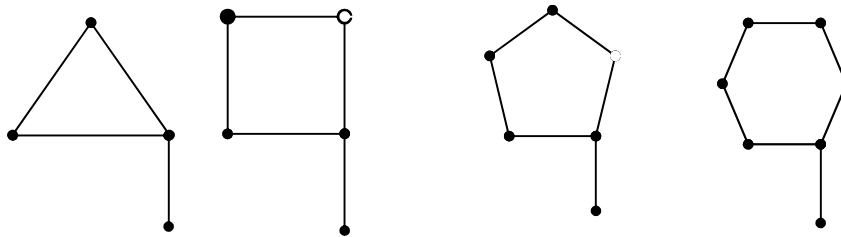
Pada tahun 1970, Kotzig dan Rosa telah mengenalkan pelabelan graf. Pelabelan graf tersebut didefinisikan sebagai suatu pemetaan satu-satu dari unsur-unsur dari graf ke bilangan bulat positif. Unsur dari graf yang diberi label adalah titik saja atau sisi saja atau titik dan sisi secara bersama-sama. Bilangan bulat positif yang digunakan untuk memberi label unsur graf tersebut berupa bilangan asli mulai dari 1 sampai dengan bilangan yang menyatakan banyaknya unsur-unsur graf yang diberi label. Setelah unsur graf tersebut diberi label, selanjutnya unsur tersebut dievaluasi dengan menjumlahkan unsur-unsur yang terkait.

Pelabelan pada graf ini diberi nama sesuai dengan unsur mana yang diberi label dan dievaluasi serta hasil evaluasinya. Pelabelan total tak-ajaib titik adalah pelabelan yang memberikan label pada semua unsur graf dengan mengevaluasi unsur titik sehingga menghasilkan bobot titik yang membentuk barisan aritmetika. (Wallis, 2001). Selanjutnya pelabelan total tak-ajaib titik didefinisikan sebagai suatu fungsi bijektif yang memetakan setiap unsur graf ke bilangan bulat positif sehingga diperoleh bobot dari unsur yang dievaluasi membentuk barisan aritmetika. (Baca, dkk., 2003).



Gambar 1.1 Pelabelan Total Tak Ajaib Titik (10,1) pada $(C_3 + A_1)$

Tahun 2012, Septian telah menunjukkan keberlakuan pelabelan total tak-ajaib titik (a, d) dapat dilakukan pada graf sikel dengan tambahan satu anting $(C_n + A_1)$ dimana $p \geq 3$ dan label sisinya $\{1, 2, \dots, n+2\}$ untuk $d = 1$ dan $d = 2$. Sikel digunakan oleh Septian (2012) adalah graf sikel ganjil yakni graf sikel dengan banyaknya titik ganjil. Gambar 1.1 merupakan contoh pelabelan total tak-ajaib titik $(10, 1)$ pada $(C_3 + A_1)$ yang telah dibuktikan. Selanjutnya pelabelan total tak-ajaib titik dikatakan kuat jika label-label dari titiknya berupa bilangan 1 sampai dengan bilangan yang menunjukkan banyaknya titik dari graf tersebut. (Wallis, 2001)



Gambar 1.2. Graf sikel dengan tambahan satu anting untuk $n = 3, 4, 5$, dan 6 .

Pada artikel ini, penulis akan melengkapi kajian pelabelan graf yang telah dilakukan Septian (2012). Penulis akan mengkaji keberlakuan pelabelan total tak-ajaib titik kuat pada graf sikel genap dengan tambahan satu anting. Gambar 1.2 merupakan ilustrasi dari graf sikel dengan tambahan satu anting. (Septian, 2012).

2. KAJIAN LITERATUR

Berikut ini beberapa definisi teorema mengenai pelabelan graf dan hasil penelitian sebelumnya yang digunakan untuk dasar kajian pada artikel ini.

Definisi 1 (Baca, dkk., 2003)

Suatu pemetaan bijektif $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, |V| + |E|\}$ disebut pelabelan total tak-ajaib titik dari graf G ($|V|, |E|$) jika bobot dari titik $w_f(u) = f(u) + \sum f(uv)$, untuk setiap $u \in V(G)$ dan semua $v \in V(G)$ yang terhubung dengan u .

Definisi 2 (Baca, dkk., 2003)

Suatu pemetaan bijektif $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, |V| + |E|\}$ disebut pelabelan total tak-ajaib titik (a, d) dari graf $G(|V|, |E|)$ jika bobot dari titik-titiknya membentuk barisan aritmetika naik dengan suku pertama a dan beda d . $W = \{w_f(u) | u \in V\} = \{a, a + d, a + 2d, \dots, a + (|V| - 1)d\}$.

Definisi 3 (Wallis, 2001)

Pelabelan total dikatakan kuat jika label-label dari semua titiknya berupa bilangan dari himpunan $\{1, 2, \dots, n+1\}$.

Teorema 4 (Septian, 2012)

Pada graf sikel dengan tambahan satu anting $(C_n + A_1)$ berlaku pelabelan total tak-ajaib titik $(2n+4, 1)$ dengan $n \geq 3$ dan ganjil untuk label-label sisinya $\{1, 2, \dots, n+1\}$.

Teorema 5 (Septian, 2012)

Pada graf sikel dengan tambahan satu anting $(C_n + A_1)$ berlaku pelabelan total tak-ajaib titik $(n+4, 3)$ dengan $n \geq 3$ dan ganjil untuk label-label sisinya $\{1, 2, \dots, n+1\}$.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan Definisi 1, jumlah bobot semua titik dari suatu graf yang dikenai pelabelan total tak-ajaib titik adalah $S_v + 2S_e$. Label setiap sisi dihitung sebanyak dua kali dan label setiap sisi dihitung satu kali. S_v adalah jumlah label semua titik dari graf yang dikenai pelabelan dan S_e adalah jumlah label semua sisi dari graf yang dikenai pelabelan. Pada graf $(C_n + A_1)$, banyaknya titik dan sisi masing-masing sebanyak $n + 1$. Sehingga diperoleh bahwa jumlahan bobot semua titik dari graf $(C_n + A_1)$ adalah

$$a + (a + d) + \dots + (a + nd) = S_v + 2S_e$$

$$(n+1)a + \frac{n(n+1)d}{2} = S_v + 2S_e \quad (3.1)$$

Dari Definisi 3, pelabelan kuat pada graf $(C_n + A_1)$ memberikan label pada titik berupa bilangan dari himpunan $\{1, 2, \dots, n+1\}$. Akibatnya, label-label dari sisinya berupa bilangan dari himpunan $\{n+2, n+3, \dots, 2n+2\}$. Sehingga diperoleh

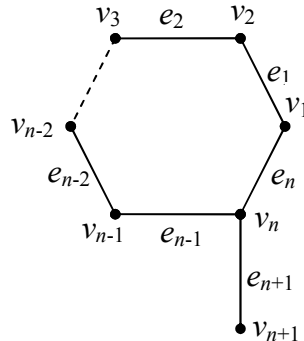
$$S_e = (n+2) + (n+3) + \dots + (2n+2)$$

$$= \frac{(n+1)(3n+4)}{2} \quad (3.2)$$

dan

$$S_v = 1 + 2 + \dots + (n+1)$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)}{2} \quad (3.3)$$



Gambar 3.1 Ilustrasi Pelabelan Total Tak-ajaib Titik Kuat pada $(C_n + A_1)$

Pelabelan total tak-ajaib titik, bobot titik-titiknya membentuk barisan aritmetika naik dengan suku awal a dan beda d , dituliskan sebagai himpunan $\{a, (a + d), \dots, (a + nd)\}$.

Batasan nilai a .

Karena pada $(C_n + A_1)$ dilakukan pelabelan total tak-ajaib titik kuat, maka dapat ditentukan batasan bobot terkecil dari titik pada $(C_n + A_1)$ yang merupakan nilai terkecil suku awal dari barisan aritmetika yang terbentuk. Label terkecil dari suatu titik adalah 1 dan label terkecil dari sisi yang terhubung pada titik tersebut adalah $n+1$. Titik dan sisi ini merupakan anting dari siklus tersebut. sehingga diperoleh nilai terkecil untuk suku awalnya adalah:

$$a \geq 1 + (n + 2) = n + 3. \quad (3.4)$$

Di lain pihak, kita juga dapat menentukan nilai terbesar dari bobot titik pada graf $(C_n + A_1)$ yang mungkin terletak pada titik yang mempunyai anting. Titik ini mempunyai 3 sisi yang terhubung. Label terbesar dari titik tersebut adalah $n+1$ dan label terbesar dari sisi-sisi yang terhubung dengan

titik tersebut adalah $2n$, $2n+1$ dan $2n+2$. Sehingga dapat diperoleh bobot dari titik tersebut yang akan menjadi suku terbesar dari barisan aritmetika bobot titik-titiknya adalah

$$a + nd \leq (n+1) + 2n + (2n+1) + (2n+2) = 7n + 4. \quad (3.5)$$

Selain itu, perlu juga ditentukan dimana letak titik dengan bobot terkecil. Jika ditinjau dari kemungkinan jumlah label titik dan label sisi-sisi yang terhubung dengan titik tersebut, maka bobot terkecil titik akan terletak pada titik antingnya. Berdasarkan Gambar 3.1 maka titik tersebut adalah titik v_{n+1} . Jika titik v_{n+1} dan sisi e_{n+1} diberi label terkecil dari masing-masing himpunan label titik dan sisi, maka diperoleh nilai a terkecil pada persamaan (3.4). Namun, jika titik v_{n+1} dan sisi e_{n+1} diberi label terbesar dari masing-masing himpunan label titik dan sisi yakni $(n+1)$ dan $(2n+2)$, maka diperoleh nilai terbesar dari a adalah :

$$a \leq (n+1) + (2n+2) = 3n + 3. \quad (3.6)$$

Batasan nilai d .

Setelah mendapatkan batasan nilai a , selanjutnya akan ditentukan batasan untuk nilai d yang mungkin dapat berlaku pada pelabelan graf ini. Dari persamaan (3.1), (3.2), dan (3.3) diperoleh hubungan antara nilai a dan nilai d .

$$\begin{aligned} (n+1)a + \frac{n(n+1)d}{2} &= \frac{(n+1)(n+2)}{2} + 2 \frac{(n+1)(3n+4)}{2} \\ 2a + nd &= (n+2) + 2(3n+4) \\ a &= \frac{7n+10-nd}{2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Dengan menggabungkan hasil persamaan (3.4) dan (3.7) dapat diperoleh batasan nilai d yang mungkin memenuhi pelabelan ini, yakni:

$$\begin{aligned} \frac{7n+10-nd}{2} &= a \geq n+3 \\ nd &\leq 5n+4 \\ d &\leq 5 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Septian (2012) telah menunjukkan keberlakuan pelabelan total tak-ajaib titik pada graf sikel ganjil dengan tambahan satu anting $(C_n + A_1)$. Sekarang akan ditentukan berapa saja nilai d yang memungkinkan untuk dilakukan pelabelan total tak-ajaib titik kuat untuk graf $(C_n + A_1)$ dengan $n \geq 3$ dan genap serta nilai a yang memenuhi.

a. Pelabelan total tak-ajaib titik kuat pada $(C_n + A_1)$ dengan nilai $d = 1$.

Dari persamaan (3.7) dan mengambil nilai $d = 1$ diperoleh bahwa bobot terkecil titik pada $(C_n + A_1)$ adalah

$$\begin{aligned} a &= \frac{7n+10-nd}{2} \\ &= \frac{7n+10-n}{2} \\ &= 3n+5 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Hasil ini tidak bertentangan dengan syarat minimal nilai a persamaan (3.4), namun bertentangan dengan hasil pada persamaan (3.6), sehingga pada graf $(C_n + A_1)$ dengan $n \geq 3$ dan genap tidak dapat dilakukan pelabelan total tak-ajaib titik kuat $(3n+5,1)$.

b. Pelabelan total tak-ajaib titik kuat pada $(C_n + A_1)$ dengan nilai $d = 2$.

Dari persamaan (3.7) dan mengambil nilai $d = 2$ diperoleh bahwa bobot terkecil titik pada $(C_n + A_1)$ adalah

$$\begin{aligned} a &= \frac{7n+10-nd}{2} \\ &= \frac{7n+10-2n}{2} \\ &= \frac{5n+10}{2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Hasil ini tidak bertentangan dengan syarat minimal nilai a persamaan (3.4) dan n genap, maka nilai a bulat positif selalu ada dan graf $(C_n + A_1)$ dengan $n \geq 3$ dan genap dimungkinkan dapat dilakukan pelabelan total tak-ajaib titik kuat $\left(\frac{5n+10}{2}, 2\right)$.

Sebagai contoh, ambil $n = 4$. Pada graf $(C_4 + A_1)$, pelabelan total tak-ajaib titik kuat $\left(\frac{5n+10}{2}, 2\right)$ akan menghasilkan nilai $a = 15$. Label-label untuk titiknya adalah $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan label-label sisinya adalah $\{6, 7, 8, 9, 10\}$. Namun, label-label tersebut tidak dapat dilakukan pada graf $(C_4 + A_1)$. Hal yang menjadi kontradiksi adalah label titik anting harus diberi bilangan terbesar (yakni 5) dan label sisi antingnya juga terbesar (yakni 10) agar bobot titik anting ini harus terkecil (yakni $a = 15$) maka pelabelan tidak dapat dilanjutkan. Se jauh ini, pelabelan total tak-ajaib titik kuat $\left(\frac{5n+10}{2}, 2\right)$ pada graf $(C_4 + A_1)$ tidak dapat ditemukan.

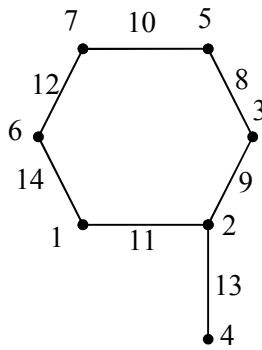
c. Pelabelan total tak-ajaib titik dengan nilai $d = 3$.

Dari persamaan (3.7) dan mengambil nilai $d = 3$ diperoleh bahwa bobot terkecil titik pada $(C_n + A_1)$ adalah

$$\begin{aligned} a &= \frac{7n+10-nd}{2} \\ &= \frac{7n+10-3n}{2} \\ &= 2n+5 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Hasil ini tidak bertentangan dengan syarat minimal nilai a persamaan (3.4) dan n genap, maka nilai a bulat positif selalu ada dan graf $(C_n + A_1)$ dengan $n \geq 3$ dan genap dapat dilakukan pelabelan total tak-ajaib titik kuat $(2n+5, 3)$.

Gambar 3.2 berikut ini merupakan contoh pelabelan total tak-ajaib titik kuat pada graf $(C_n + A_1)$ dengan $n \geq 3$ dan genap. Untuk $n = 6$, maka label-label titiknya $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ dan label-label sisinya $\{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$. Bobot titik dengan label 1 adalah 26 ($1+11+14$), bobot titik dengan label 2 adalah 35 ($2+9+11+13$), bobot titik dengan label 3 adalah 20 ($3+8+9$), bobot titik dengan label 4 adalah 17 ($4+13$), bobot titik dengan label 5 adalah 23 ($5+8+10$), bobot titik dengan label 6 adalah 32 ($6+12+14$) dan bobot titik dengan label 7 adalah 29 ($7+10+12$). Jadi bobot-bobot titiknya membentuk barisan $\{17, 20, 23, 26, 29, 32, 35\}$.



Gambar 3.2. Pelabelan Total Tak-ajaib Titik Kuat $(17, 3)$ pada $(C_6 + A_1)$

d. Pelabelan total tak-ajaib titik dengan nilai $d = 4$.

Dari persamaan (3.7) dan mengambil nilai $d = 4$ diperoleh bahwa bobot terkecil titik pada $(C_n + A_1)$ adalah

$$\begin{aligned} a &= \frac{7n + 10 - nd}{2} \\ &= \frac{7n + 10 - 4n}{2} \\ &= \frac{3n + 10}{2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Hasil ini tidak bertentangan dengan syarat minimal nilai a persamaan (3.4) dan n genap, maka nilai a bulat positif selalu ada dan graf $(C_n + A_1)$ dengan $n \geq 3$ dan genap dapat dilakukan pelabelan total tak-ajaib titik kuat $\left(\frac{3n + 10}{2}, 4\right)$.

e. Pelabelan total tak-ajaib titik dengan nilai $d = 5$.

Dari persamaan (3.7) dan mengambil nilai $d = 5$ diperoleh bahwa bobot terkecil titik pada $(C_n + A_1)$ adalah

$$\begin{aligned} a &= \frac{7n + 10 - nd}{2} \\ &= \frac{7n + 10 - 5n}{2} \\ &= n + 5 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Hasil ini tidak bertentangan dengan syarat minimal nilai a persamaan (3.4) dan n genap, maka nilai a bulat positif selalu ada dan graf $(C_n + A_1)$ dengan $n \geq 3$ dan genap dapat dilakukan pelabelan total tak-ajaib titik kuat $(n + 5, 5)$.

4. KESIMPULAN

Hasil dari kajian ini adalah pada graf sikel genap dengan tambahan satu anting $(C_n + A_1)$ dengan $n \geq 3$ dan genap dapat dilakukan pelabelan total tak-ajaib titik kuat (a, d) . Pasangan nilai a dan d yang memungkinkan adanya pelabelan pada graf ini adalah $(2n + 5, 3), \left(\frac{3n + 10}{2}, 4\right)$ dan

$(n+5,5)$. Sedangkan untuk $(3n+5,1)$ dan $\left(\frac{5n+10}{2},2\right)$ pelabelan total tak-ajaib titik kuat pada $(C_n + A_1)$ tidak dapat dilakukan.

Pembaca yang tertarik meneliti lebih lanjut mengenai keberlakuan pelabelan total tak-ajaib titik kuat (a, d) pada graf sikel genap dengan tambahan satu anting $(C_n + A_1)$ dengan $n \geq 3$ dan genap ini dapat mencari rumus umum pelabelannya.

5. REFERENSI

- Baca, M., dkk. (2003) *Vertex Antimagic Total Labeling of Graph*. Discuss Math. Graph Theory.
 Kotzig, A. dan Rosa, A. (1970). *Magic Valuations of Finite Graphs*. Canad. Math. Bull.
 Septian, C. W. (2012). *Vertex Antimagic Total Labeling on Cycle Graph with One Extra Arm*.
 Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.
 Wallis, W. (2001). *Magic Graph*. Birkhauser.