

Down to Earth Mathematics: Real Mathematics, Mathematics about the Earth

Matematika Membumi: Matematika yang Riil, Matematika tentang Bumi

Yosep Dwi Kristanto

How can we bring mathematics down to earth in the world of students while targeting crucial problems on planet Earth?

Bagaimana membuat Matematika membumi di dunianya peserta didik sekaligus menyorot permasalahan-permasalahan krusial planet bumi?

▮ Saya menjumpai hal menarik dalam sebuah serial TV, *The Forest*. Océane, salah satu karakter dalam serial TV bergenre drama dan misteri tersebut, suatu ketika frustrasi terhadap lingkungan tempat tinggal dan sekolahnya. Pada saat mencurahkan isi hatinya kepada salah satu gurunya, dia berniat putus sekolah dan meninggalkan kampung halamannya. Dia beralasan, “Aku muak berada di sini. Aku muak dengan matematika...”

Sepenggal cerita fiktif tersebut membuat saya sejenak berpikir. Mengapa pengarang cerita serial TV tersebut memilih Matematika, bukan yang lain? Dugaan saya, Matematika acap kali diyakini sebagai mata pelajaran yang patut dihindari.

Tugas berat pendidik matematika adalah membalik keyakinan semacam itu. Bagaimana melakukannya? Matematika perlu memiliki wajah yang menawan yang membuat peserta didik kasmaran. Matematika

perlu dibuat agar berasal dari dunianya peserta didik, dikreasikan oleh pemikiran mereka, dan bermanfaat untuk kepentingan mereka.

Saya menggunakan istilah “Matematika Membumi”. Istilah ini metafora untuk membuat matematika dekat dengan dunianya peserta didik sekaligus membuatnya relevan terhadap permasalahan-permasalahan planet bumi. Untuk merealisasikannya, Matematika Membumi menggunakan tiga prinsip desain pembelajaran. Pertama, pembelajaran matematika perlu memantik kebutuhan intelektual peserta didik agar matematika menjadi relevan bagi mereka (Harel, 2013). Kedua, pendidik (atau buku teks) tidak lagi memegang otoritas penuh terhadap pengetahuan matematika, tetapi pengetahuan tersebut dikreasikan oleh hasil diskusi yang melibatkan peserta didik dan pendidik (Sullivan et al., 2020; Webel, 2010). Ketiga, peserta didik mempelajari matematika melalui konteks-konteks yang berkaitan dengan planet bumi

untuk membangun kesadaran mereka tentang tujuan pembangunan berkelanjutan (Nugraheni, 2023; Wilujeng, 2021).

Untuk mengilustrasikan penggunaan ketiga prinsip desain pembelajaran tersebut, saya menggunakan sebuah alur

tujuan pembelajaran (ATP) pada topik transformasi fungsi, khususnya pergeseran vertikal, yang menyasar capaian pembelajaran pada Fase F (Kemdikbud Ristek, 2024), yaitu “[peserta didik] dapat menentukan ... transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai”. ATP tersebut disajikan pada Gambar 1.



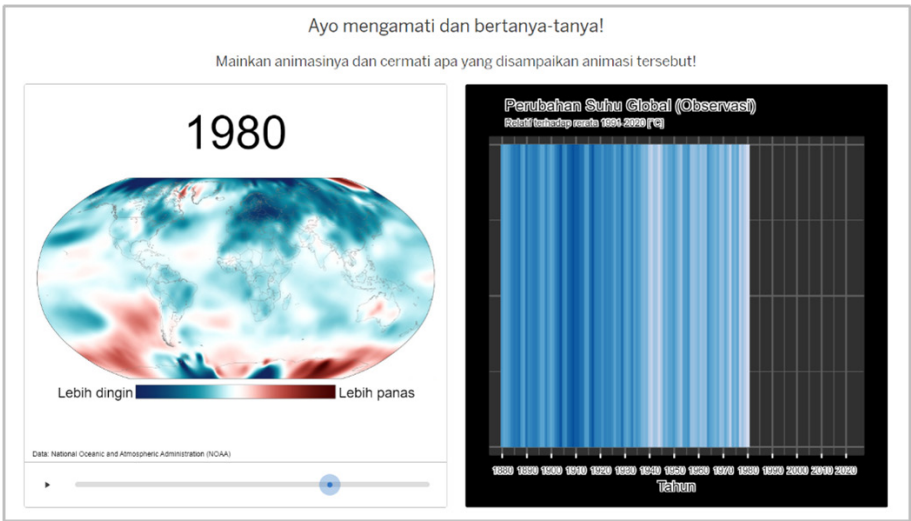
Gambar 1. Alur Tujuan Pembelajaran Topik Pergeseran Vertikal Grafik Fungsi
Figure 1. Flow of Learning Objectives Topic Vertical Shift of Function Graphs

Dalam ATP pada Gambar 1 tersebut, konteks perubahan iklim memiliki peran yang penting. Konteks tersebut tidak hanya digunakan sebagai pintu masuk pembelajaran transformasi fungsi, tetapi juga berperan sebagai jangkar bagi peserta didik untuk mengkonstruksi prinsip transformasi fungsi, dari awal hingga akhir.

Mengenal Anomali Suhu Global

Peserta didik perlu mengenal konsep anomali suhu untuk dapat mengikuti kegiatan pembelajaran berikutnya.

Anomali suhu merupakan selisih antara suhu dan reratanya, atau garis dasarnya. Untuk mengenalkannya, pendidik dapat memberikan visualisasi anomali suhu global setiap waktunya dan meminta peserta didik mengamati dan bertanya-tanya terhadap visualisasi tersebut. Visualisasi tersebut ditunjukkan pada Gambar 2. Pada gambar tersebut, rerata suhu global pada periode 1991–2020 secara sengaja dipilih sebagai garis dasarnya. Alasan pemilihan garis dasar ini terkait dengan aktivitas pembelajaran berikutnya pada bagian Menuju Disonansi Kognitif.

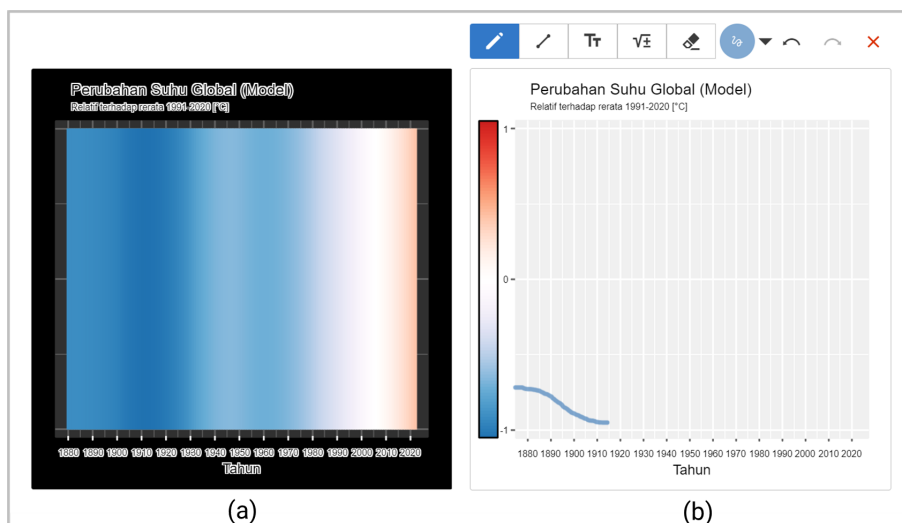


Gambar 2. Visualisasi Anomali Suhu Global Pada Periode 1880–2022
Figure 2. Visualization of Global Temperature Anomalies in the Period 1880–2022

Kegiatan mengamati dan bertanya-tanya tersebut dapat digunakan pendidik untuk menciptakan ruang diskusi antarpeserta didik maupun antara pendidik dan peserta didik (Matranga & Silverman, 2024). Diskusi tersebut dapat dimanfaatkan untuk mengenalkan dan membahas anomali suhu global. Tak hanya itu, diskusi tersebut juga dapat digunakan untuk memantik rasa ingin tahu peserta didik tentang bagaimana tren suhu global dari waktu ke waktu.

Mensketsa Grafik Fungsi

Pada tahapan berikutnya, peserta didik perlu memodelkan tren anomali suhu global setiap waktunya dengan mensketsa grafik fungsi. Dengan mensketsa grafik tersebut, peserta didik diharapkan dapat mengenali apa yang menyusun grafik (jejak titik) dan bagaimana grafik tersebut terbentuk (kovarian; Moore & Thompson, 2015). Sebagai ilustrasi, perhatikan sketsa peserta didik hipotetis yang ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Bagian Sketsa Grafik Tren Anomali Suhu Global oleh Peserta Didik Hipotetis
Figure 3. Part of the Graphic Sketch of Global Temperature Anomaly Trends by Hypothetical Students

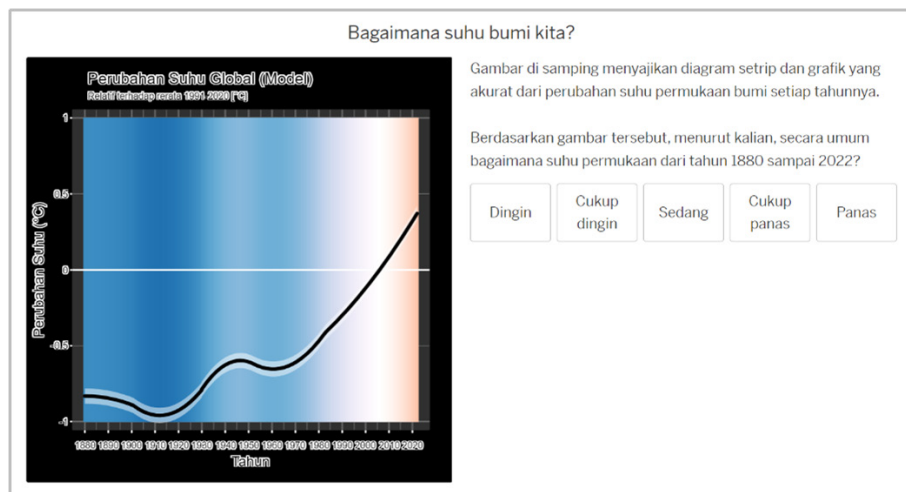
Untuk membuat sketsa demikian, peserta didik tersebut perlu memahami visualisasi data pada Gambar 3(a). Berdasarkan gambar tersebut, dia perlu mengidentifikasi dua kuantitas yang berubah secara bersama-sama, yaitu tahun (sumbu-x) dan anomali suhu global (warna). Selain itu, dia perlu mengidentifikasi arah perubahan anomali suhu global terhadap perubahan tahun, yaitu besarnya anomali suhu global berkurang (ditunjukkan dengan perubahan warna dari biru keputihan ke biru tua) ketika tahunnya semakin bertambah (dari 1880 ke 1910).

Untuk mendapatkan sketsa grafik seperti pada Gambar 3(b), peserta didik tersebut perlu memahami bahwa sebuah titik pada bidang koordinat merupakan representasi dari dua kuantitas. Dalam kasus ini, kedua kuantitas tersebut adalah tahun (koordinat-x) dan anomali suhu global (koordinat-y). Karena sebelumnya dia berpikir bahwa anomali suhu global besarnya berkurang ketika tahunnya bertambah pada interval 1880–1910, dia merepresentasikannya dengan mensketsa sebuah grafik: grafik yang dimulai dari titik yang kira-kira berkoordinat di (1880; -0,83), kemudian mengarah ke kanan-bawah sampai pada titik yang kira-kira berkoordinat di (1910; -0,95). Strategi merepresentasikan hubungan antara tahun dan anomali suhu global ini dapat dia lanjutkan sampai pada tahun 2022.

Setelah peserta didik menyelesaikan pemodelannya, penting bagi pendidik untuk menilai dan memberikan umpan balik tentang seberapa baik model tersebut. Umpan balik tersebut dapat berfokus pada seberapa akurat perilaku grafiknya (misalnya kapan grafik tersebut naik atau turun) dan seberapa akurat nilai anomali suhu global untuk beberapa nilai tahunnya. Di akhir tahapan ini, pendidik dapat menunjukkan sketsa grafik yang akurat sehingga peserta didik dapat membandingkan hasil pemodelannya dengan grafik tersebut.

Menuju Disonansi Kognitif

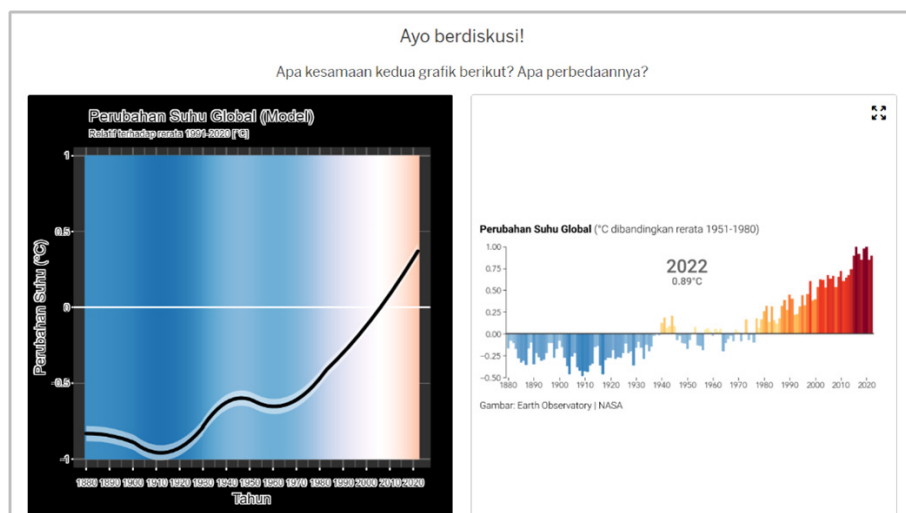
Tahapan ini merupakan jembatan antara apa yang dilakukan peserta didik sebelumnya dan berikutnya, yaitu penciptaan kebutuhan intelektual akan pergeseran vertikal grafik fungsi. Untuk melakukannya, pendidik dapat menggunakan sebuah permasalahan yang mengakibatkan disonansi kognitif bagi peserta didik. Misalnya, pendidik dapat memberikan permasalahan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Permasalahan yang Berpotensi Mengakibatkan Disonansi Kognitif
Figure 4. Problems that have the potential to result in cognitive dissonance

Ketika menghadapi permasalahan tersebut, peserta didik kemungkinan besar akan menilai bahwa secara umum suhu global bumi adalah sedang atau bahkan cukup dingin. Faktor yang mendorong peserta didik untuk menilai demikian mungkin ada dua, yaitu karena terdapat lebih banyak warna biru daripada oranye atau sebagian besar grafiknya berada di bawah nol. Setelah

peserta didik memiliki penilaian demikian, pendidik dapat menunjukkan visualisasi anomali suhu global lain, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5. Gambar tersebut menunjukkan visualisasi anomali suhu global dengan garis dasar yang berbeda, yaitu rerata suhu pada 1991–2020 dan 1951–1980.



Gambar 5. Visualisasi Anomali Suhu Global dengan Garis Dasar yang Berbeda
Figure 5. Visualization of Global Temperature Anomalies with Different Baselines

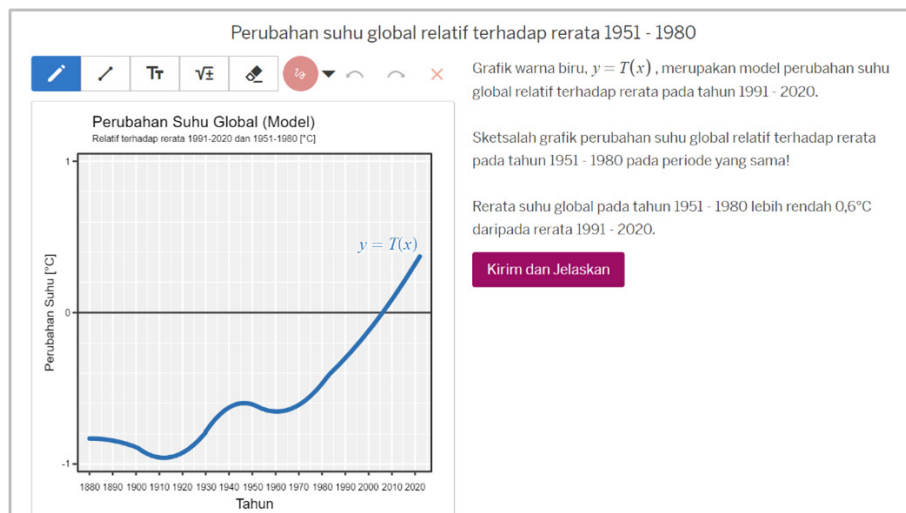
Dengan membandingkan kedua diagram pada Gambar 5, peserta didik menyadari bahwa dengan mengganti garis dasarnya, visualisasi anomali suhu global menjadi berbeda. Pada bagian kanan Gambar 5, warna oranye dan merah menjadi warna yang lebih dominan, serta sebagian besar grafiknya berada di atas nol.

Perbedaan visualisasi seperti itu berpotensi untuk mengubah penilaian peserta didik terhadap suhu global bumi secara umum. Mungkin mereka akan menilai bahwa secara umum suhu global bumi adalah cukup panas. Tak hanya itu, masalah seperti ini dapat digunakan untuk

mengajak peserta didik untuk bertanya-tanya, “Bagaimana sketsa grafikmu ketika garis dasarnya diubah menjadi rerata suhu global pada periode 1951–1980?”

Menemukan Prinsip Transformasi Fungsi

Menindaklanjuti pertanyaan terakhir pada tahapan sebelumnya, pendidik dapat menyajikan permasalahan yang mendorong peserta didik untuk membuat strategi transformasi fungsi. Permasalahan tersebut misalnya ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Masalah yang Mendorong Peserta Didik untuk Membuat Strategi Transformasi Fungsi
 Figure 6. Problems that encourage students to create function transformation strategies

Dari masalah pada Gambar 6 tersebut, peserta didik diharapkan dapat membuat sketsa grafik baru dengan memanfaatkan grafik yang sudah ada (yaitu grafik biru pada bagian kiri Gambar 6). Peran pendidik penting di tahapan ini. Pendidik perlu menciptakan ruang diskusi yang produktif agar pada akhirnya peserta didik memahami bahwa mereka dapat mensketsa grafik yang baru dengan cara memposisikan sketsa barunya selalu 0,6 satuan di atas grafik baru di setiap tahunnya.

Tak hanya itu, pendidik juga perlu mengorkestrasi diskusi agar peserta didik tidak hanya dapat mensketsa grafik yang baru, tetapi juga dapat menghubungkan fungsi yang baru dengan yang lama dan menyatakannya ke dalam simbol matematika. Karena pada grafik yang baru titik-titiknya selalu 0,6 satuan di atas grafik yang lama untuk setiap tahunnya, maka $T_2(x) = T(x) + 0,6$. $T_2(x)$ adalah nilai anomali suhu global pada tahun x untuk fungsi yang baru dan $T(x)$ adalah nilai anomali suhu global pada tahun x untuk fungsi yang lama.

Catatan Akhir

ATP yang telah dibahas sebelumnya mendemonstrasikan bagaimana peserta didik dapat membangun pengetahuan matematikanya sendiri. Dengan cara seperti ini, otoritas pengetahuan matematika tidak sepenuhnya berada di tangan pendidik, tetapi otoritas tersebut terbagi ke peserta didik dan pendidik. Matematika juga menjadi semakin relevan bagi peserta didik karena matematika tersebut dibangun dari kebutuhan intelektual peserta didik. Konteks perubahan iklim yang digunakan tidak hanya digunakan sebagai pintu masuk untuk bermatematika, tetapi sebagai jangkar peserta didik selama bermatematika. Konteks tersebut digunakan secara terus menerus untuk membangun pengetahuan tentang transformasi fungsi. Dengan cara seperti ini, matematika tak hanya dapat menyasar permasalahan-permasalahan

krusial planet bumi, melainkan semakin membumi ke dunianya peserta didik.

E I found an interesting thing in a TV series, *The Forest*. Océane, one of the drama and mystery TV series characters, was once frustrated with the environment where he lived and his school. When he poured his heart out to one of his teachers, he intended to drop out of school and leave his hometown. He reasoned, "I'm sick of being here. I'm sick of math..."

The piece of fictional story made me think for a moment. Why did the author of the TV series choose Math over the others? I guess that Mathematics is often believed to be a subject that should be avoided.

The math educator's arduous task is to flip such beliefs. How to do it? Mathematics needs to have a charming face that makes students fall in love. Mathematics needs to be made so that it comes from the world of students, is created by their thoughts, and is helpful for their interests.

I use the term "Down to Earth Mathematics". This term is a metaphor to make mathematics close to the world of students and make it relevant to the problems of planet Earth. To realize this, Down to Earth Mathematics uses three learning design principles. First, mathematics learning needs to spark the intellectual needs of students so that mathematics becomes relevant to them (Harel, 2013). Second, educators (or textbooks) no longer hold full authority over mathematical knowledge, but that knowledge is created by the results of discussions involving learners and educators (Sullivan et al., 2020; Webel, 2010). Third, students learn mathematics through contexts related to planet Earth to build their awareness of sustainable development goals (Nugraheni, 2023; Wilujeng, 2021).

To illustrate the use of these three learning design principles, I use a task sequence (*alur tujuan pembelajaran*/ ATP) on the topic of transformation of a function, especially vertical transformation, which targets learning outcomes in Phase F (Ministry of Education and Culture, Research and Technology, 2024), i.e. "[learners] can determine ... transform functions to model real-world situations using appropriate functions". The ATP is presented in Figure 1.

In the ATP in Figure 1, the context of climate change has an important role. This context is not only used as an entrance to functional transformation learning but also as an anchor for students to construct the principle of functional transformation from beginning to end.

Getting to Know Global Temperature Anomalies

Students need to be familiar with the concept of temperature anomalies to be able to participate in the next learning activity. A temperature anomaly is the difference between the temperature and its average or baseline. To introduce it, educators can provide a visualization of global temperature anomalies at any time and have students observe and wonder about the visualization. The visualization is shown in Figure 2. The average global temperature from 1991–2020 was deliberately chosen as the baseline in the figure. The reason for choosing this baseline is related to the next learning activity in the Towards Cognitive Dissonance section.

Educators can use the activity of observing and questioning to create a discussion space between students as well as between educators and students (Matranga & Silverman, 2024). The discussion can be used to introduce and discuss global temperature anomalies. Not only that, the discussion can also be used to spark students' curiosity about how global temperature trends are from time to time.

Sketching a Graph of Function

In the next stage, students need to model global temperature anomaly trends every time by sketching a graph of function. By sketching the graph, students are expected to recognize what makes up the graph (dot trace) and how the graph is formed (covariance; Moore & Thompson, 2015). As an illustration, consider the hypothetical student sketch shown in Figure 3.

To make such a sketch, the student must understand the data visualization in Figure 3(a). Based on the image, he needed to identify two quantities that changed together: the year (x-axis) and the global temperature anomaly (colour). In addition, he needed to identify the direction of the change in global temperature anomalies relative to the change in years, i.e. the magnitude of the global temperature anomaly decreased (indicated by the change in colour from whitish blue to dark blue) as the year increased (from 1880 to 1910).

To get a graphic sketch like in Figure 3(b), the student must understand that a point in the coordinate plane represents two quantities. In this case, the two quantities are the year (x-coordinate) and the global temperature anomaly (y-coordinate). Since they had previously thought that the global temperature anomaly of magnitude diminished as the years increased in the interval 1880–1910, he represented it by sketching a graph: a graph that starts from a point roughly coordinating at (1880; -0.83), then goes down-right to a point roughly coordinating at (1910; -0.95). He can continue representing the relationship between the year and global temperature anomalies until 2022.

Once the student has completed the modelling, the educator needs to assess and provide feedback on how well the model is doing. The feedback can focus on how accurately the graph behaves (e.g. when it rises or falls) and how accurate the global temperature anomaly values are for some of its year values. At the end of this stage, educators can show accurate graphic sketches so that students can compare their modelling results with the graph.

Towards Cognitive Dissonance

This stage bridges what the previous and next students do, creating intellectual needs for vertical translation in the function graph. To do so, educators can use a problem that results in cognitive dissonance for students. For example, an educator can provide a problem, as shown in Figure 4.

When facing these problems, students are likely to judge that, in general, the earth's global temperature is moderate or even quite cold. Two factors may encourage students to judge this way: because there is more blue than orange or most of the graph is below zero. Once the learner has such an assessment, the educator can visualize another global temperature anomaly, as shown in Figure 5. The image shows a visualization of global temperature anomalies with different baselines, namely the average temperature in 1991–2020 and 1951–1980.

By comparing the two diagrams in Figure 5, students realize that changing the baseline makes the visualization of global temperature anomalies different. On the right side of Figure 5, orange and red are the more dominant colours, and most of the graph is above zero.

Such differences in visualization can potentially change students' point of view of the earth's global temperature. They might judge that the earth's global temperature is generally quite hot. Also, this kind of problem can be used to invite students to ask themselves, "What would your graph sketch look like if the baseline was changed to the average global temperature for 1951–1980?"

Discovering the Principle of Function Transformation

Following up on the last question in the previous stage, educators can present problems that encourage students to create strategies for function transformation. The problem is shown in Figure 6, for example.

From the problem in Figure 6, students are expected to be able to sketch a new graph by utilizing the existing graph (i.e. the blue graph on the left side of Figure 6). The role of educators is important at this stage. Educators need to create a productive discussion space so that, in the end, students understand that they can sketch new graphs by positioning their new sketches always 0.6 units above the new graphs every year.

Not only that, educators also need to orchestrate discussions so that students can not only sketch new graphs but also be able to relate new functions with old ones and express them into mathematical symbols. The new graph, the points are always 0.6 units above the old graph for each year, and then $T_2(x) = T(x) + 0.6$. $T_2(x)$ is the new function's global temperature anomaly value in year x , and $T(x)$ is the old function's global temperature anomaly value in year x .

Final Notes

The ATP discussed earlier demonstrates how learners can build their mathematical knowledge. In this way, the authority of mathematical knowledge is not entirely in the hands of the educator, but the authority is divided between the learner and the educator. Mathematics is also becoming increasingly relevant for students because mathematics is built from the intellectual needs of students. The context of climate change is not only used as an entrance to mathematics but as an anchor for students during mathematics. The context is used continuously to build knowledge about functional transformation. In this way, mathematics can target the crucial problems of planet Earth and become more down to earth in students' world.

References:

Harel, G. (2013). Intellectual Need. In K. R. Leatham (Ed.), *Vital Directions for Mathematics Education Research* (pp. 119–151). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6977-3_6

Kemdikbud Ristek. (2024). *Capaian Pembelajaran Mata Pelajaran Matematika Fase A - Fase F untuk SD/MI/Program Paket A, SMP/MTs/Program Paket B, dan SMA/MA/Program Paket C*. Kemdikbud Ristek. <https://kurikulum.kemdikbud.go.id/capaian-pembelajaran>

Matranga, A., & Silverman, J. (2024). Documenting two emerging sociomathematical norms for examining functions in mathematics teachers' online asynchronous discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 27(3), 325–354. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09563-2>

Moore, K. C., & Thompson, P. W. (2015). Shape thinking and students' graphing activity. In T. Fukawa-Connelly, N. E. Infante, K. Keene, & M. Zandieh (Eds.), *Proceedings of the 18th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 782–789). West Virginia University.

Nugraheni, Z. (2023). Examining the Role of Mathematics Education in Mitigating the Threat of Climate Change. *SEAMETRICAL: SEAQIM Tribune on Mathematics and Life*, 4(1), 13–18.

Sullivan, P. L., Livers, S. D., & Evans, W. (2020). Navigating the Uncertainty of Sharing Mathematical Authority. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 113(7), 581–589. <https://doi.org/10.5951/MTLT.2019.0169>

Webel, C. (2010). Connecting Research to Teaching: Shifting Mathematical Authority from Teacher to Community. *The Mathematics Teacher*, 104(4), 315–318. <https://doi.org/10.5951/MT.104.4.0315>

Wilujeng, A. (2021). Education and Sustainability. *SEAMETRICAL: SEAQIM Tribune on Mathematics and Life*, 2(1), 8–13.



Yosep Dwi Kristanto is a lecturer and researcher at the Department of Mathematics Education, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta. His research topics of interest include mathematics and statistics education, covariational reasoning, learning and instructional technology, instructional design, and computer-supported collaborative learning.